

Examen Kwantumveldentheorie

24 januari 2019

Los de oefening op op een apart dubbel antwoordblad.

Tijd van 8u30 tot 12u30.

U mag gebruik maken van de informatie op de blaadjes uit de oefeningenbundel met titel 'Feynman-regels', 'Dirac-algebra' en 'Werkzame doorsnede in c.o.m. frame'.

Theorie

I Geladen Klein-Gordon veld

(i) Gegeven de Lagrangiaanse dichtheid voor een complex scalair veld ϕ :

$$\mathcal{L} = \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi^* - m^2 \phi \phi^*.$$

Interpreteer dit systeem als een klassiek Hamiltoniaans systeem (wat zijn de q 's, de p 's, en welke structuur bestaat tussen deze).

(ii) Bewijs dat \mathcal{L} een symmetrie heeft, en gebruik het Noethertheorema om de behouden stroom op te schrijven.

(iii) Gegeven de mode-expansie van een *reëel* scalair veld:

$$\phi(\vec{x}, t) = \int \frac{d^3k}{(2\pi)^{3/2}} \frac{1}{\sqrt{2\omega(k)}} \left[a(\vec{k}) e^{i(\vec{k}\cdot\vec{x} - \omega t)} + a^\dagger(\vec{k}) e^{-i(\vec{k}\cdot\vec{x} - \omega t)} \right],$$

schrijf de mode-expansie van het complexe veld ϕ op en gebruik deze om een expliciete uitdrukking van de behouden lading te bekomen. Interpreteer.

II Verstrooiingsproces

(i) Bespreek de set-up van een verstrooiingsproces en definieer de S -matrix in dit proces. Maak een figuur.

(ii) Toon aan dat de evolutie-operator in het interactiebeeld

$$U_I(t, t') = e^{iH_0 t} e^{-iH(t-t')} e^{-iH_0 t'}$$

te herschrijven valt via de Dysonreeks tot

$$U_I(t, t') = T \left(\exp -i \int_{t'}^t dt'' H_{\text{int}}^I(t'') \right)$$

III Spontane symmetriebreking

(i) Gegeven de Mexicaanse hoedpotentiaal $V(\phi) = \mu^2 \phi \phi^* + \lambda (\phi \phi^*)^2$, met $\mu^2 < 0$ en $\lambda > 0$. Maak een figuur. Bespreek de extrema van deze potentiaal en het patroon van symmetriebreking in de verschillende gevallen. Bespreek ihb wat de fysische relevantie is van een tachyonexcitatie in het spectrum ($\text{massa}^2 < 0$) in deze context. Je moet het Goldstonemechanisme *niet* uitleggen.

- (ii) Wat als we een term $V_{extra} = \alpha \text{Re}\{\phi\}$ toevoegen? Hoe verandert de potentiaal en de symmetrie-structuur van het model?
- (iii) In het typische voorbeeld van unificatie van de drie krachten wordt de ijkgroep $SU(5)$ gekozen. Deze lokale ijksymmetrie wordt dan spontaan gebroken tot het standaardmodel via:

$$SU(5) \rightarrow SU(3) \otimes SU(2) \otimes U(1)$$

Hoeveel ijkbosonen van $SU(5)$ krijgen een massa in dit proces?

Oefening

Beschouw het scattering proces van een electron aan een tau-lepton:

$$e^-(p_1) + \tau^-(p_2) \rightarrow e^-(p'_1) + \tau^-(p'_2),$$

met als argument tussen haakjes de vier-momenta van de deeltjes.

Bepaal de differentiële werkzame doorsnede $\frac{d\sigma}{d\theta}$ voor dit proces in het c.o.m.-frame in functie van de norm k van het drie-momentum van het inkomend electron, de hoek θ die het uitgaan electron maakt met de botsingsas, de massa M van het tau-lepton en de energie E van het inkomend tau-lepton. Geef E in functie van de 3 andere parameters. Verwaarloos de electron mass m .

Gebruik volgende structuur in uw oplossing:

1. Feynmandiagram(men).
2. Geef de uitdrukking voor het relevante deel van de differentiële werkzame doorsnede in de vorm:

$$\frac{1}{4} \sum_{spins} |\mathcal{M}|^2 = \text{..Tr}() \text{..}$$

3. Werk de traces uit.
4. Schrijf $\frac{1}{4} \sum_{spins} |\mathcal{M}|^2$ in functie van enkel dotproducten tussen de relevante vier-momenta.
5. Kinematica (inclusief figuur).
6. Differentiële werkzame doorsnede.