

Examen Elektromagnetisme: Oefeningen

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho \quad \nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad \nabla \times \mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = 0 \quad \nabla \times \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \mathbf{J}$$

Academiejaar 2016-2017

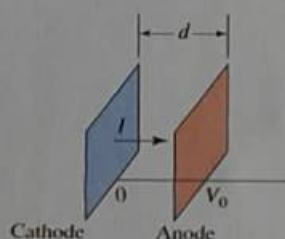
2de zittijd, 8 september 2017: 14u00 - 17u00

Oefening 1: Twee overlappende geladen ballen

We proberen het elektrische veld te vinden in de regio waar twee uniform geladen ballen overlappen. We doen dit met enkele tussenstappen.

1. Gebruik de wet van Gauss om het elektrische veld te vinden van een uniform geladen bal (met ladingsdichtheid ρ en straal R) binnen en buiten de bal. (/2)
2. Twee uniform geladen ballen, een met ladingsdichtheid ρ en een met ladingsdichtheid $-\rho$ en beiden met straal R , liggen zo dat ze gedeeltelijk overlappen. De vector die gaat van het midden van de positief geladen bal naar het midden van de negatief geladen bal noemen we \vec{d} .
Vindt het elektrische veld in de regio waar de ballen overlappen en toon dat het constant is. (/2)
3. Is het elektrische veld ook constant op plaatsen waar de twee ballen niet overlappen? (/0.5)
4. Zou je ook een regio met een niet-nul volume vinden moesten we geen ballen maar kubussen gebruikt hebben? (/0.5)

Oefening 2: Wet van Child-Langmuir



Een cathode wordt dermate verwarmd dat de electronen er als het ware afgelinkt worden. Een afstand d daarvan wordt een anode op positieve potentiaal V_0 gehouden. Er zal dus een wolk van electronen zweven tussen deze twee platen, en een stroom zal vloeien. Beschouw de afstand d zeer klein vergeleken met de dimensies van de cathode en anode (dit probleem is dus 1-dimensionaal, noem het langs de x -as).

Dit systeem bereikt snel een 'steady state' waarbij de ladingsverdeling, stroom en potentiaal constant zijn, vind deze grootheden.

- Schrijf de Poisson vergelijking voor de regio tussen de twee platen, met de gepaste randvoorwaarden. (/ 0.5)
- Gegeven dat de electronen met snelheid nul starten bij de cathode, wat is hun snelheid op positie x . (/ 1)
- In de 'steady state' is de stroom I constant, wat is de relatie tussen de ladingsdichtheid ρ en v ? (/ 1)
- Gegeven bovenste drie resultaten, vind een differentiaalvergelijking voor V (waar enkel V in voorkomt) (/ 0.5) [opl: $V'' = \beta V^{-1/2}$ voor een zekere constante β]
- Los deze differentiaalvergelijking op voor V een functie van x , V_0 en d . (/ 1) [hint: gebruik een aanzats voor V van de vorm $V(x) = ax^b$.]
- Toon aan dat $I = K * V_0^{3/2}$ (/ 0.5)
- Stel dat de electronen in de cathode eigenlijk een electricch veld van sterkte ϵ nodig hadden om te kunnen ontsnappen, wat voor aanpassingen zou je moeten doen om hier rekening mee te houden. (/ 0.5)