

Naam:
Studentennummer:

23 augustus 2017

Statistiek en gegevensverwerking

Mathieu Labare – Examen tweede zit 2016-2017

- 8u30 – 13u
- Voor de **theorie** is er enkel schrijfgerief toegestaan.
- Leg alles grondig uit. Je mag eventueel een tekening maken om de situatie beter uit te leggen. Niet-verklaarde of –relevante dingen leveren minpunten op.
- Voor de **oefeningen** zijn de cursus, de slides, grafische rekenmachine ... toegelaten. Je kan enkel je cursus erbij nemen als het theorie-deel is afgegeven.
- Denk aan je tijdsindeling!
- Veel succes

1. THEORIE

1. In de cursus werden 2 tegengestelde theorieën besproken om iets te aanvaarden of te verwerpen.

- a) Bespreek de testen om hypothesen te verwerpen/aanvaarden . Geef duidelijk uitleg bij de gebruikte begrippen.
- b) Wat is de beste test?

2. Gegeven is dat A en B 2 Poissonverdelingen zijn.

- a) Bewijs dat $A + B$ opnieuw poissonverdeeld is.
- b) Hoe rijmt dit met het centrale limiet theorema dat zegt dat dit voor grote aantallen Gaussisch moet zijn?
- c) Hoe kunnen we omzetten in een binomiaal?

3. Bespreek het verschil tussen de Markov- en Bernoulli ketens, voornamelijk in hun confidentiewaarschijnlijkheid.

2. OEFENINGEN

1. Gegeven zijn n metingen ($X_1, X_2 \dots X_n$). Deze voldoen aan volgende waarschijnlijkheidsverdeling:

$$f(x; \theta) = \begin{cases} \frac{\theta}{x^{\theta+1}} & \text{voor } x > 1 \\ 0 & \text{elders} \end{cases} \quad \text{met parameter } \theta > 0$$

- Bereken de schatter voor θ via de methode van de momenten én de maximum likelihood.
- Welke van de 2 schatters is de 'beste'?
- Pas de beste methode toe met volgende meetresultaten:
 $\{12, 11.2, 13.5, 12.3, 13.8, 11.9\}$

Bespreek je resultaat.

2. In onderstaande tabel wordt de concentratie fijnstof weergegeven voor verschillende waarden van de gemeten neerslag.

x	Gevallen regen (mm)	4.3	4.5	5.9	5.6	6.1	5.2	3.8	2.1	7.5
y	Fijnstof ($\mu\text{g}/\text{m}^3$)	126	121	116	118	114	118	132	141	108

- Bepaal de regressielijn die de gevallen regen en de concentratie fijnstof het best bepalen.
- Schat de waarde van de fijnstofconcentratie als er 4.8 mm regen is gevallen.
- De Fisher-transformatie ρ is gelijk aan $f(\rho) = \frac{1}{2} \ln\left(\frac{1+\rho}{1-\rho}\right)$. Deze is normaal verdeeld met een verwachtingswaarde $f(\rho_{xy})$ en een variantie $(n-3)^{-1}$ als x en y binormaal verdeeld zijn, met n het aantal metingen. Test de nulhypothese $\rho_{xy} = -0.9$ en de alternatieve hypothese $\rho_{xy} < -0.9$ uit tot op een confidentieniveau van 0.01.

3. Een kegelvormige pipet met lengte 20 cm staat loodrecht. De kegel heeft een openingshoek θ . Voor metingen van een volume van 10ml willen we een nauwkeurigheid van 0.05ml. Tegelijk is de nauwkeurigheid op de hoogte 0.25mm.

- Bepaal de maximale openingshoek waarvoor we deze nauwkeurigheid kunnen verkrijgen.
- Op welke hoogte moet de markering van 10ml dan staan?
- Hoe evolueert de fout als we 2 keer de pipet tot 5ml vullen i.p.v. 1 keer tot 10ml. Hoe is dit te verklaren?

4. Verschillende componenten van een toestel hebben een levensduur T die beschreven wordt door de exponentiële verdeling met $\tau = 5$. Het toestel dat we hier beschouwen heeft 5 componenten. T wordt uitgedrukt in jaren.

- Hoe lang (met een zekerheid van 90%) kunnen alle 5 de componenten blijven werken?
- Wat is de kans dat er nog minstens 2 componenten werken na 8 jaar?