Examen Datacommunicatie (23 januari 2010)

Naam :	Richting:

Vraag 1

Beschouw een analoge bron met uitgang x, waarbij de distributie van de uitgang gegeven is door:

$$p(x) = \begin{cases} \frac{3(A^2-x^2)}{4A^3} & |x| \leq A \\ 0 & elders \end{cases}$$

De uitgang van de bron wordt gequantiseerd met behulp van een uniforme quantisator met L niveaus. Stel L even.

1. Geef de quantisatieniveaus $\tilde{x}_\ell$ en het bereik $[x_{\ell-1}, x_\ell]$ van elk quantisatieniveau voor $\ell = 1, ..., L$ (stel $x_0 = -A$ en $x_L = A$). Bereken de gemiddelde distorsie D als functie van A en L. Stel dat $A = 1$. Wat is de kleinste (even) waarde voor L waarvoor de gemiddelde distorsie kleiner wordt dan 0.025?
2. Voor $L = L_{min}$ uit (1) en $A = 1$, bepaal de kans $p(\tilde{x}_\ell)$ dat het ℓ-de quantisatieniveau wordt gekozen, dus de kans dat x in het interval $[x_{\ell-1}, x_\ell]$ ligt. Hoeveel bits (n_1) heeft men nodig om de uitgang van de quantisator voor te stellen?
3. De uitgang van de quantisator wordt gecomprimeerd met behulp van een Huffman-code. Bepaal de Huffman-code voor de uitgang van de quantisator bepaald in (2). Wat is de gemiddelde lengte n_2 van de codewoorden? Bereken de entropie $H(\tilde{X})$. Vergelijk n_1 en n_2 en de entropie $H(\tilde{X})$.

HINTS:

$$\sum_{\ell=1}^{L} 1 = L \qquad \sum_{\ell=1}^{L} \ell = \frac{L(L+1)}{2} \qquad \sum_{\ell=1}^{L} \ell^2 = \frac{L(L+1)(2L+1)}{6}$$

Vraag 2

Beschouw een variant op het selective-repeat protocol waarbij elk frame van n bits k informatiebits bevat. De transmissiefouten in verschillende frames zijn statistisch onafhankelijk van elkaar; de waarschijnlijkheid dat een frame foutief wordt ontvangen stellen we voor door p_f. De zender verstuurt voor elke (re)transmissie van een frame een blok van m kopieën van dit frame. De round trip delay bedraagt s frames (s is geheel ondersteld). Om te vermijden dat de zenderbuffer overloopt, gebruiken we een zendvenster van K frames: na de transmissie van mK frames wacht de zender op een geldig ontvangstbericht vooraleer hij overgaat tot verdere (re)transmissies; er geldt $mK \leq 1 + s$. We veronderstellen dat er geen frames of ontvangstberichten verloren gaan tijdens de transmissie en dat er geen transmissiefouten optreden in de ontvangstberichten, d.w.z. het ARQ-protocol werkt in optimale omstandigheden. Afhankelijk van de juistheid van de ontvangen kopieën gaat de ontvanger één van de twee volgende acties ondernemen. Vanaf dat de ontvanger één correcte kopie van $frame(i)$ in het blok van m frames heeft ontvangen, stuurt de ontvanger op het einde van het blok van m frames naar de zender een $ACK(i)$. Indien alle kopieën van $frame(i)$ in het blok van m frames foutief werden ontvangen, stuurt de ontvanger op het einde van het blok van m frames naar de zender een $ACK(i)$.

1. Bepaal de kans $P(i)$ dat het $i$de frame correct wordt ontvangen ($i \geq 1$).
2. Bepaal de tijd die nodig is om het $i$de frame te ontvangen. Bepaal de gemiddelde tijd om een frame correct te ontvangen.
3. Bepaal de efficiëntie van dit protocol als functie van m, s, K, k, n en p_f.

HINT: als $|x| < 1$ geldt:

$$\sum_{i=0}^{+\infty} x^i = \frac{1}{1-x} \qquad\qquad \sum_{i=1}^{+\infty} i x^{i-1} = \frac{1}{(1-x)^2}$$

Vraag 3

Beschouw een (9,3) cyclische code met generatorveelterm $g(x) = x^6 + x^3 + 1$.

1. Geef de checkveelterm $h(x)$.
2. Bepaal de systematische generatormatrix **G** en systematische pariteitsmatrix **H**.
3. Wat is de minimale Hammingafstand van de code? Wat is het foutcorrigerend en foutdetecterend vermogen?
4. Geef een schuifregister voor het berekenen van het syndroom. Bereken, met behulp van het schuifregister, het syndroom $s(x)$ voor de ontvangen sequentie $r(x) = x^7 + x^3 + x + 1$. Maak een tabel met de inhoud van het schuifregister op de verschillende tijdstippen.
5. Beschouw transmissie over een binair symmetrisch kanaal met bitfoutprobabiliteit p.
   (a) Beschouw een ontvanger die enkel foutdetectie toepast. Wat is de waarschijnlijkheid dat een transmissiefout niet wordt gedetecteerd (exacte uitdrukking + dominante term voor kleine p)?
   (b) De code wordt gebruikt voor foutcorrectie. Wat is de waarschijnlijkheid dat een decodeerfout optreedt (exacte uitdrukking + dominante term voor kleine p)?
   Hint: het is **niet** noodzakelijk de volledige syndroomtabel op te stellen.
6. De ontvanger hanteert de volgende strategie: wanneer de Hammingafstand tussen het ontvangen codewoord $r(x)$ en het dichtstbijgelegen codewoord $\hat{c}(x)$ gelijk is aan 0 of 1, levert de ontvanger het codewoord $\hat{c}(x)$ af aan de gebruiker, zoniet wordt een retransmissie aangevraagd.
   (a) Bepaal aan de hand van syndroomdecodering welke actie de ontvanger onderneemt bij $r(x) = 1 + x + x^3 + x^4 + x^5 + x^6 + x^7 + x^8$. Bepaal welke actie de ontvanger onderneemt bij $r(x) = x + x^3 + x^6 + x^7$.
   (b) Bepaal de probalititeit (zowel exacte uitdrukking als uitdrukking voor kleine p) van de volgende verschijnselen, in de onderstelling dat het uitgezonden codewoord gelijk is aan $c(x) = 0$:
      - De ontvanger levert het correcte codewoord af aan de gebruiker (hint: maak een lijst van de ontvangen woorden (en hun gewichten) die aanleiding geven tot correcte decodering)
      - De ontvanger levert een foutief codewoord af aan de gebruiker (hint: maak een lijst van de ontvangen woorden (en hun gewichten) die aanleiding geven tot foutieve decodering)
      - De ontvanger vraagt retransmissie aan (hint: wanneer het ontvangen codewoord geen aanleiding geeft tot decodering wordt retransmissie aangevraagd; maak dus GEEN lijst van de gewichten van de ontvangen woorden die aanleiding geven tot retransmissie)