

Hoofdstuk 0

Inhoudsopgave

1. Statistiek gebruiken	1
2. Gegevens beschrijven	3
2.1 Verschillende soorten gegevens	3
2.2 Staafdiagrammen en histogrammen	4
2.3 Gemiddelden	5
2.3.1 Aritmetisch gemiddelde	
2.3.2 Alternatieven voor het aritmetisch gemiddelde	
2.4 De spreiding	7
2.4.1 De variantie	
2.4.2 De standaardafwijking	
2.4.3 Verschillende definities van de standaardafwijking	
2.4.4 Alternatieven voor de standaardafwijking	
2.5 Hogere machten van x	12
2.5.1 Scheefheid	
2.5.2 Hogere machten	
2.6 Meer dan één variabele	13
2.6.1 Covariantie	
2.6.2 Correlatie	
2.6.3 Meer dan twee variabelen	
3. Theoretische Distributies	18
3.1 Algemene eigenschappen van distributies	18
3.1.1 Een eenvoudige distributie	
3.1.2 De wet van de grote getallen	
3.1.3 Verwachtingswaarden	

3.1.4	Waarschijnlijkheidsdichtheid	
3.1.5	De cumulatieve verdeling	
3.2	De binomiale verdeling	22
3.2.1	Formule voor de binomiaalverdeling	
3.2.2	Bewijs van de eigenschappen van de binomiaalverdeling	
3.3	De Poissonverdeling	26
3.3.1	De Poissonformule	
3.3.2	Bewijs van de eigenschappen van de Poissonverdeling	
3.3.3	Twee Poissonverdelingen	
3.4	De Gaussverdeling	31
3.4.1	De Gaussische waarschijnlijkheidsverdeling	
3.4.2	Bewijs van de eigenschappen van de Gauss	
3.4.3	Bepaalde integralen	
3.4.4	Onbepaalde integralen	
3.4.5	Gauss als de limiet van Poisson en binomiaal	
3.4.6	De meerdimensionale Gauss	
3.4.7	De binormale verdeling	
3.5	Andere verdelingen	40
3.5.1	De uniforme verdeling	
3.5.2	De Weibullverdeling	
3.5.3	De Breit-Wigner–of Cauchy-distributie	
3.5.4	De exponentiële verdeling	
3.6	Meerdimensionale verdelingen	43
3.7	Functies van variabelen	46
4.	Fouten	49
4.1	Waarom fouten Gaussisch zijn	49
4.1.1	Het Centraallimiettheorema	
4.2	Werken met fouten	52
4.2.1	Herhaalde metingen	
4.2.2	Gewogen gemiddelde	
4.2.3	Opgelet!	

4.3 Combineren van fouten	55
4.3.1 Één variabele	
4.3.2 Functies van twee of meer variabelen	
4.3.3 Fractionele fouten	
4.3.4 Verschillende functies van verschillende variabelen	
4.4 Systematische fouten	60
4.4.1 Ze ontdekken, elimineren en evalueren	
4.4.2 Leven met systematische fouten	
5. Schatten	66
5.1 Eigenschappen van schatters	66
5.1.1 Consistentie, vooroordelen en efficiëntie	
5.1.2 De Likelihoodfunctie	
5.1.3 Bewijs van de MVB	
5.2 Enkele fundamentele schatters	72
5.2.1 Het gemiddelde schatten	
5.2.2 De variantie schatten	
5.2.3 σ schatten	
5.2.4 De correlatiecoëfficiënt	
5.3 Maximum Likelihood	77
5.3.1 ML: consistentie, bias en invariantie	
5.3.2 Maximum Likelihood voor grote N	
5.3.3 Fouten op de ML-schatters	
5.3.4 Verschillende variabelen	
5.3.5 Opmerkingen bij de Maximum Likelihoodmethode	
5.3.6 Maximum Likelihood en Monte Carlo	
5.4 Uitgebreide Maximum Likelihood	89
5.5 Maximum Likelihood en kleinste kwadraten	90
5.6 Stratified Sampling – \sqrt{N} verslaan	91
6. De Methode van de Momenten	93

7. Kleinste Kwadraten	97
7.1 Principe van de methode	97
7.1.1 $y = mx$ fitten: evenredigheden	
7.2 Een rechte fitten	99
7.2.1 Helling en intercept van een rechte lijn	
7.2.2 Afleiden van de fouten voor een rechte lijn	
7.2.3 Gewogen rechtlijnfit	
7.2.4 Extrapoleren	
7.2.5 Systematische fouten en een rechtlijnfit	
7.2.6 Lineaire regressie	
7.3 Gebinde gegevens	104
7.4 De χ^2 -verdeling	105
7.4.1 Bewijs van de χ^2 -distributie	
7.5 Fouten op x en y	107
7.6 Lineaire kleinste kwadraten en matrices	109
7.6.1 Een rechte lijn fitten met matrices	
7.6.2 Hogereordepolynomen	
7.7 Niet-lineaire kleinste kwadraten	113
8. Waarschijnlijkheid en Confidentie	114
8.1 Wat is waarschijnlijkheid?	114
8.1.1 Wiskundige waarschijnlijkheid	
8.1.2 De empirische definitie – Limiet van een frequentie	
8.1.3 Objectief – Propensiteit	
8.1.4 Subjectieve waarschijnlijkheid	
8.1.5 Bayesiaanse statistiek	
8.1.6 Conclusies over waarschijnlijkheid	
8.2 Confidentieniveaus	119
8.2.1 Confidentieniveaus in beschrijvende statistiek	
8.2.2 Confidentieniveaus en schatten	
8.2.3 Confidentieniveaus voor een Gauss	
8.2.4 Confidentieniveaus met bijkomende voorwaarden	

8.2.5 Binomiale confidentie-intervallen	
8.2.6 Poissonconfidentiegebieden	
8.2.7 Meerdere variabelen – Confidentiegebieden	
8.2.8 De Student–of t -verdeling	
8.2.9 Bewijs van de formule voor de Student–of t -verdeling	
9. Beslissingen nemen	132
9.1 Testen van hypothesen	132
9.1.1 Hypothesen	
9.1.2 Type I–en Type II-fouten	
9.1.3 Significantie	
9.1.4 Power	
9.1.5 De Neyman-Pearson-test	
9.2 Experimenten interpreteren	135
9.2.1 De nulhypothese	
9.2.2 Binomiale statistiek	
9.2.3 Is er een signaal? Poissonstatistiek	
9.3 "Goodness of Fit"	140
9.3.1 De χ^2 -test	
9.3.2 De Runtest	
9.3.3 De Kolmogorov-test	
9.4 Vergelijken van twee steekproeven	145
9.4.1 Twee Gaussische steekproeven met bekende σ	
9.4.2 Twee Gaussische steekproeven met onbekende σ	
9.4.3 Overeenstemmende en gecorreleerde steekproeven	
9.4.4 De F -verdeling	
9.4.5 Het algemene geval	
10. Monte Carlo	153
10.1 Pseudorandomgetalgeneratoren	154
10.2 Numeriek integreren	155
10.3 Nauwkeurigheid van Monte Carloberekeningen	155

10.4	Verdelingen genereren	158
10.4.1	Algemene methode	
10.4.2	Inverse transformatiemethode	
10.4.3	Voorbeelden	
10.4.4	Gecorreleerde variabelen	
10.5	Typische toepassingen van Monte Carlo	163
10.5.1	Een experiment ontwerpen	
10.5.2	Programma's testen	
10.6	Algoritmes	164
10.6.1	Sinus en cosinus van een toevalshoek	
10.6.2	Gaussverdeling	
10.6.3	Poissonverdeling	
10.7	Monte Carlostudie van verdelingen	166
10.8	Monte Carlo–en confidentie-intervallen	167
11.	Wachtrijtheorie	169
11.1	Inleiding	169
11.2	De exponentiële verdeling	169
11.3	Dode tijd	170
11.3.1	Modellen voor dode tijd	
11.3.2	Dode tijd meten	
11.4	Wachtrijen	173
11.5	Markovketens	175
11.6	Random Walk	178
11.6.1	1-dimensionale Random Walk	
11.6.2	2-dimensionale Random Walk	