EXAMEN
RELATIVITEITSTHEORIE

Academiejaar 2009-2010
tweede zit, 20/08/2010
schriftelijk theorie

1. Het vrije Maxwellveld.

   - Leid de veldvergelijking af voor het vrije Maxwellveld.
   - Bespreek kort de ijksymmetrie.
   - Leg de Lorenzijk op, en bepaal vervolgens de massa en de fysische polarizaties van het veld.

   Gegeven, de actie:

   $$S = \int d^4x \left(-\frac{1}{4} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu}\right) . \tag{1}$$

2. De afbuiging van licht.

   Leid de formule af voor de de afbuiging $\Delta\varphi$, van een lichtstraal die op een afstand R langs een centrale massa scheert.

   Gegeven, de formule voor de geodetische beweging van een massief(!) deeltje in de Schwarzschild ruimtetijd :

   $$\left(\frac{dr}{d\tau}\right)^2 + \left(1 - \frac{R_S}{r}\right)\left(c^2 + \frac{\tilde{L}^2}{r^2}\right) = \frac{\tilde{E}^2}{c^2} ,$$

   met $\tilde{E}, \tilde{L}$, respectievelijk de energie en het draaimoment per eenheid van massa.

Relativiteitstheorie
oefeningen herexamenexamen

20 augustus 2010

Het oefeningen examen is een open-boek examen, maar oplossingen van oefeningen mogen niet gebruikt worden. Verder hebt u geen nood aan rekenmachines, gsm's of eender welke vorm van elektronica. Het examen telt twee vragen.

1. **Speciale Relativiteitstheorie**
   Beschouw een raket met constante versnelling. In het ogenblikkelijk inertiaalstelsel in rust ten opzichte van de raket hebben we dus telkens $\frac{du}{dt} = a$. De raket heeft een beginsnelheid $u_0 < c/4$ ten opzichte van een waarnemingsstelsel. Hoe lang duurt het voor de waarnemer totdat de raket haar beginsnelheid verdubbeld heeft (in functie van u_0 en a)? Geeft dit het verwachte resultaat voor $u_0 \to \frac{c}{2}$?

2. **Algemene Relativiteitstheorie**
   In een Schwarzschildmetriek bewegen twee testdeeltjes. Het eerste deeltje beweegt op een cirkelvormige geodeet op $R_0 = 4R_S$ - met R_S de Schwarzschildstraal. Het tweede deeltje volgt een radiale geodeet weg van het centrum, maar heeft onvoldoende energie om te ontsnappen en valt terug wanneer het $r = R_*$ bereikt. De twee deeltjes kruisen elkaar zowel bij de opwaartse, als neerwaartse beweging. Tussen deze twee ontmoetingen maakt het deeltje op de cirkelbaan tien omwentelingen. Als hun klokken gelijk worden gesteld bij de eerste ontmoeting, wat is dan het verschil in eigentijd bij de tweede ontmoeting in functie van R_*?

Hint Herinner uit de oefeningensessies dat de radiale baan geïntegreerd kan worden met behulp van de cycloïde door de substitutie

$$r = \frac{R_*}{2}(1 + \cos\eta)$$

met η de hoek van de rollende cirkel en dat

$$\begin{aligned} -\int \sqrt{\frac{1+\cos\eta}{1-\cos\eta}} \sin\eta \, d\eta &= (\eta + \sin\eta) \tan\frac{\eta}{2} \left(-\sqrt{\cot^2\frac{\eta}{2}} \right) + \text{cte} \\ &= (\eta + \sin\eta) \qquad \text{voor onze doeleinden.} \end{aligned}$$

Veel succes!