Examen Algebra I, 11-12 februari 1993

1. Zij V een eindig dimensionale K-vektorruimte. $End_K(V)$ de ring van endomorfismen van V (i.e. van lineaire operatoren op V).
Zij $\varphi \in End_K(V)$ en M het $K[X]$-moduul bepaald door (V, φ), i.e. $M, + = V, +$ en de scalaire vermenigvuldiging wordt gegeven door

$$K[X] \times V \to V; (f(X), v) \mapsto f(X) \cdot v = f(\varphi)(v).$$

→ karakt. poly. v. φ → maar voor zij
laatste term = det φ
$\Updownarrow$
φ iso

Toon aan dat volgende eigenschappen equivalent zijn:

- $K[X]/\mathrm{Ann}(M)$ is een domein.
- $K[X]/\mathrm{Ann}(M)$ is een veld.

[illegible] Toon aan dat als deze eigenschappen gelden, φ een isomorfisme is. Geldt het omgekeerde ook?

nee → $X^2 - 1$

2. Bepaal een irreducibel polynoom $f(X,Y)$ in $\mathsf{F}_p[X,Y]$ zodat het breukenveld van $\mathsf{F}_p[X,Y]/(f(X,Y))$

- een inseparabele velduitbreiding van $\mathsf{F}_p(Y)$ is. zie vb p 46 (?)
- een Galois uitbreiding is met Galoisgroep V_4 (de Vieregroep van Klein). zie bekende voorb.

'Wat ik niet begrijp ...' begon Maigret.
'Er zijn heel wat dingen, die u niet zult begrijpen, hoe knap u ook moge wezen. Houdt u daar rekening mee.'

Georges Simenon
Uit *Maigret à l'école.*

Alg 1