

Examen Kansrekening en Wiskundige Statistiek

S. Vansteelandt

Academiejaar 2011-2012

Alle vragen hebben een korte oplossing die weinig rekenwerk vergt. Vragen met een (M) hebben een hogere moeilijkheidsgraad.

1. In een studie wenst men het effect te onderzoeken van aspirine inname op alcohol concentratie in het bloed (BAC). 50 mannelijke vrijwilligers tussen 30 en 45 jaar werden lukraak toegewezen, ofwel aan de behandelingsgroep (inname van een tablet aspirine, een uur voor alcoholinname, $n_1 = 25$) ofwel aan de controlegroep (alcoholinname zonder vooraf inname van aspirine, $n_2 = 25$).

(a) De onderzoekers wensten eerst te testen of er een verschil was in BAC voor inname van de aspirine en na inname van de alcohol. Welke test zou u daarvoor gebruiken?

(b) De onderzoekers rapporteerden vervolgens een significant (S.N. 5%) effect van aspirine inname op BAC (mean \pm SE): 7.56 ± 0.74 mmol/l (aspirine) vs. 5.44 ± 0.74 nmol/l (geen aspirine).

Ga de bewering van de onderzoekers na: vermeld de test die u hiervoor gebruikt, rapporteer een nul- en alternatieve hypothese, geef een idee van de grootteorde van de p-waarde en de conclusie van de test.

(c) Onder welke onderstellingen is de voorgaande test geldig?

(d) Bereken tevens het 95% betrouwbaarheidsinterval voor het verschil in gemiddelde BAC behandeling vs. controle.

(e) (M) Stel dat men om de nulhypothese $H_0 : \mu = \mu_0$ te toetsen eenzijdig toetst in de richting waarin het steekproefgemiddelde geobserveerd wordt. Met name, als $\bar{X}_n > \mu_0$ neemt men als alternatief $H_A : \mu > \mu_0$; als $\bar{X}_n < \mu_0$ neemt men als alternatief $H_A : \mu < \mu_0$. Als men deze eenzijdige toetsen op het 5% significantieniveau uitvoert, wat is dan het risico om een Type I fout te maken bij deze procedure? Leg uit.

2. Gaat u akkoord met volgende uitspraken? Geef telkens een motivering/argumentering (eventueel d.m.v. een tegenvoorbeeld) bij uw antwoord.

(a) Wegens de Centrale Limietstelling worden de metingen Normaal verdeeld naarmate men over veel metingen beschikt, zodat QQ-plots niet langer informatief zijn in grote datasets.

(b) Zij $Y = \alpha + \beta X + \epsilon$ met $E(\epsilon|X) = 0$, dan is $E(X^2\epsilon) = 0$.

(c) Zij $Y = \alpha + \beta X + \epsilon$ met $E(X\epsilon) = 0$, dan is $E(X^2\epsilon) = 0$.

(d) Zij $Y = \alpha + \beta X + \epsilon$ met $E(\epsilon|X) = 0$, dan is $\epsilon \perp\!\!\!\perp X$.

3. Stel dat de toevalsvectoren $(X_i, Y_i), i = 1, \dots, n$ onderling onafhankelijk zijn, waarbij de verdeling van X_i ongekend is, en Y_i een toevalsveranderlijke is die enkel de waarden 0 en 1 kan aannemen, en waarvoor

$$E(Y_i|X_i) = \Phi(\alpha + \beta X_i).$$