

Examen Toegepaste Wiskundige Evolutiemodellen (20 augustus 2012)  
Open Boek

Opmerking: Voor Matlab gebruiken we versie 2011b (Matlab 7\_13) en voor MatCont versie 4.2.

1. De repressilator.

Beschouw het model [4.1], bladzijde 112 in het boek van Ellner en Guckenheimer, voor een genetisch netwerk dat werkt als een klok. Toon (analytisch) het volgende aan:

1. Voor iedere  $n > 1$  bestaan er systemen van deze vorm die stabiele equilibria hebben. Geef voor iedere  $n > 1$  voorbeelden van waarden voor de andere parameters  $\alpha, \alpha_0, \beta$  waarvoor dit voorkomt.
2. Voor iedere  $n > \frac{4}{3}$  bestaan er systemen van deze vorm waarvoor het symmetrisch equilibrium onstabiel is (en we dus stabiele periodieke oplossingen verwachten). Geef voor iedere  $n > \frac{4}{3}$  voorbeelden van waarden voor de andere parameters  $\alpha, \alpha_0, \beta$  waarvoor dit voorkomt.

2. Neuraal model.

Beschouw het twee-parameter bifurcatiediagram van het Morris-Lecar model zoals op het bijgevoegd blad (overgenomen uit de theorie, Deel Advanced Applications, p.42). Beschouw de gesloten kromme in het parametervlak die begint en eindigt in punt A. Beschrijf welke bifurcaties je ontmoet als de parameters  $(I, v_3)$  deze kromme doorlopen, welke stabiele en onstabiele equilibria en periodieke banen je vindt in de gebieden tussen twee bifurcaties, welke homoclinische banen je tegenkomt en welke fenomenen (bursting, excitatie) je ontmoet.

3. Morris-Lecar.

Beschouw het Morris-Lecar model zoals gebruikt in Hoofdstuk 3 van het deel "Advanced Applications" en met dezelfde parameters, maar met vaste  $v_3 = 3$  en met variabele  $I_{app}$ . Bestudeer het model numeriek met variabele  $I_{app}$  en geef de informatie die je zo kunt vinden over het gedrag van het model. Dit kan bijvoorbeeld zijn: bifurcatiepunten van equilibria en periodieke banen, coördinaten van zulke bifurcatiepunten, periodes van periodieke banen in bifurcatiepunten, normaalvormcoëfficiënten en de betekenis van deze coëfficiënten, stabiliteit of instabiliteit, aantal equilibria of periodieke banen voor bepaalde parameter-intervallen, multistabiliteit in bepaalde parameter-intervallen etcetera.

Zijn de bekomen resultaten consistent met wat je zou verwachten uit Figure 3.2 op bladzijde 42 van de Syllabus, deel 2?

Het kan hierbij nodig zijn, de variabele MaxStepsize te vergroten tot bijvoorbeeld 5 om de berekeningen sneller te laten verlopen. Het is ook mogelijk dat je bij sommige berekeningen problemen ondervindt; vermeld deze dan.

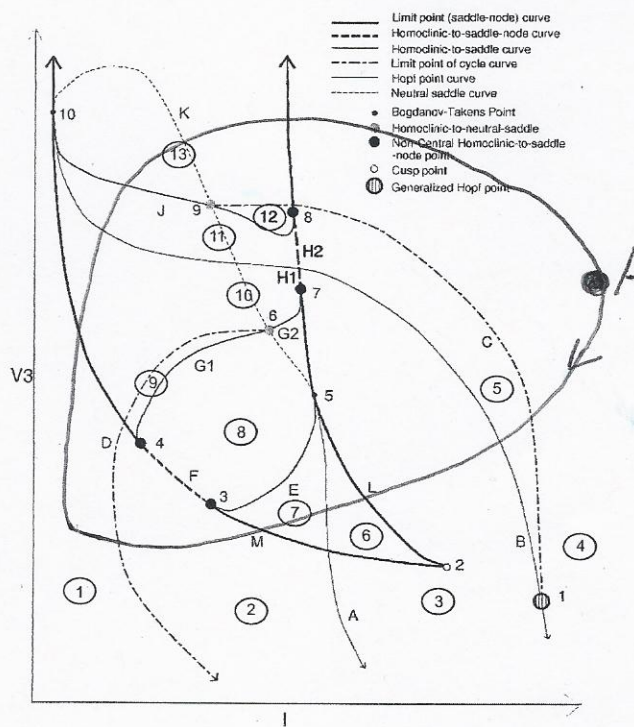


Figure 3.2: Qualitative bifurcation diagram in the biologically most relevant parameter range.  $v_3$ -values for the numbered points: 1 = 2.02153, 2 = 3.74191, 3  $\approx$  4.47, 4 = 4.48019, 5 = 9.67349, 6 = 10.88588, 7 = 12.42132, 8  $\approx$  9  $\approx$  17.25, 10 = 57.10678.