Examen Toegepaste Wiskundige Evolutiemodellen (12 juni 2012)
Open Boek

Opmerking: Voor Matlab gebruiken we versie 2011b (Matlab 7_13) en voor MatCont versie 4.2.

1. Een faseportret.

In Syllabus I, pagina 29, Figuur 3.2. vind je de faseportretten van de vouwbifurcatie in een tweedimensionaal systeem voor $\lambda_2 < 0$. Teken zo nauwkeurig mogelijk op je examenblad de faseportretten voor $\lambda_2 > 0$.

2. Subcritische Hopf.

In Syllabus I, pagina 43, Formule 4.7 wordt een dynamisch systeem gespecifieerd dat op een natuurlijke manier past in de ontvouwing van een supercritisch Hopf bifurcatiepunt, d.w.z. een onstabiel equilibrium dat omringd wordt door een stabiele periodieke baan. Geef een analoog voorbeeld van een dynamisch systeem dat op een natuurlijke manier past in de ontvouwing van een subcritisch Hopf bifurcatiepunt, d.w.z. een stabiel equilibrium dat omringd wordt door een onstabiele periodieke baan.

3. Een steen-schaar-papier model.

In een steen-schaar-papier model (de naam is gebaseerd op een kinderspel) vechten de organismen A, B, C om het bezetten van een territorium waarbij A B kan verdringen, B C kan verdringen en C A kan verdringen. We noemen x_1, x_2 en x_3 de fracties van het territorium die door A, B, C bezet zijn, zodat x_1, x_2, x_3 niet-negatief moeten zijn en $\rho = x_1 + x_2 + x_3 \leq 1$ (een gedeelte van het territorium kan onbezet zijn). Het modelleren leidt tot de volgende vergelijkingen, waarin σ, μ strict positieve parameters zijn (voor de numerieke tests mag je $\mu = 0.5, \sigma = 0.5$ nemen):

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_1(\mu(1-\rho) - \sigma x_3) \\ \dot{x}_2 = x_2(\mu(1-\rho) - \sigma x_1) \\ \dot{x}_1 = x_3(\mu(1-\rho) - \sigma x_2) \end{cases} \tag{1}$$

3

Nu:

1. Vind zoveel mogelijk evenwichtspunten van dit systeem (om ze te vinden kun je zowel een theoretische analyse als numerieke simulatie gebruiken, maar je moet de punten wel exact kunnen opgeven en aantonen dat het evenwichtspunten zijn).
2. Bestudeer de gevonden evenwichtspunten nu theoretisch. Wat kun je met zekerheid zeggen over de stabiliteit van de gevonden evenwichtspunten? (stabiel, asymptotisch stabiel, onstabiel?)

3. Doe numerieke simulaties van het model om de bekomen resultaten zoveel mogelijk te bevestigen. Kloppen de simulaties met hetgeen je verwacht uit de resultaten over stabiliteit? Suggereren ze eventueel nog iets meer dan je theoretisch kon bewijzen?

4. Het Morris-Lecar model.

Maak Oefening 3.2.3 in de Syllabus, deel 2 voor de vaste waarde $v_3 = 11$ (i.p.v. 11.5). (let erop dat de andere vaste parameters die zijn uit Table 2.2 op pagina 27 in de Syllabus, deel 2).

Gent, 12 juni 2012

Prof. W. Govaerts