Eerste Bachelor Wiskunde
Relaties en Structuren: oefeningen
Frank De Clerck – Jan De Beule
26 januari 2011

1. Gebruik de kwadratische wederkerigheidsstelling om, voor p een oneven priemgetal, aan te tonen dat

$$\left[\begin{array}{c} 3 \\ p \end{array} \right] = \begin{cases} 1 & \text{als } p \equiv 1 \text{ of } 11 \pmod{12} \\ -1 & \text{als } p \equiv 5 \text{ of } 7 \pmod{12} \end{cases}$$

2. Beschouw het eindig veld $\mathbb{F}_8 = \{0, 1, \alpha, \alpha^2, \alpha^3, \alpha^4, \alpha^5, \alpha^6 \| \alpha^3 + \alpha + 1 = 0\}$, met bijhorende Zech-log tabel

i	$\theta(i)$	i	$\theta(i)$
0	∞	4	5
1	3	5	4
2	6	6	2
3	1	∞	0

Bepaal alle oplossingen van de vergelijking

$$x^3 + \alpha^2 x^2 + \alpha^6 = 0.$$

3. Stel G is een groep. Een *involutie* in G is een element $a \in G$ van orde twee, m.a.w. $a^2 = e$, met $e \in G$ het eenheidselement voor de groepsbewerking. Veronderstel nu dat, behalve het eenheidselement, alle andere elementen van G involuties zijn. Bewijs dat G abels is. Wat weet je nog meer over G als G eindig is?

4. Een palindromisch getal is een getal dat van achter naar voren gelezen hetzelfde getal oplevert (bvb. 1239321 en 2002 zijn palindromische getallen). Bewijs dat een palindromisch getal dat bestaat uit een even aantal cijfers steeds deelbaar is door 11. Geldt het omgekeerde ook, dus is elk getal dat bestaat uit een even aantal cijfers en deelbaar door 11, ook een palindromisch getal? Zo ja, bewijs; zo nee, geef een tegenvoorbeeld.

5. Veronderstel dat X een verzameling is met kardinaliteit n en dat U een verzameling van deelverzamelingen van X met kardinaliteit d ($d \leq n$) is. De elementen van U zijn zodanig gekozen dat elke deelverzameling van kardinaliteit t (t een vast gekozen getal, waarvoor $d \leq t \leq n$) precies 1 element van U als deelverzameling bevat. Veronderstel nu dat S een deelverzameling is van X met $|S| = i$, $t \leq i \leq n$. Bereken dan het aantal elementen van U die bevat zijn in S.