OEFENING 1

Zoals bekend, wordt de potentiële energie U van een lading Q in het veld van een andere lading q op afstand r van Q, gegeven door $U = QV_q(r) = \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0 r}$.

Beschouw nu een *driedimensionaal*, oneindig uitgestrekt rooster met roosterafstand d waarop afwisselend ladingen $+q$ en $-q$ zijn geplaatst. Bepaal de ladingsverdeling $\rho(\mathbf{r})$ en de potentiële energie U van 1 lading ten gevolge van de overige ladingen.

Je mag gebruik maken van de volgende Taylorontwikkeling:

$$\ln(1-x) = -x \overset{-}{+} \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} + \ldots$$

en van de volgende afschattingen:

$$\sum_{a=1}^{+\infty}\sum_{b=1}^{+\infty} \frac{(-1)^{a+b}}{\sqrt{a^2+b^2}} \approx 0.289261\,, \qquad \sum_{a=1}^{+\infty}\sum_{b=1}^{+\infty}\sum_{c=1}^{+\infty} \frac{(-1)^{a+b+c}}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}} \approx -0.132476\,.$$

OEFENING 2

Onderstel dat de vectorfunctie $\mathbb{A}$ voldoet aan

$$\nabla^2\mathbb{A} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\mathbb{A}}{\partial t^2} = 0$$

waarbij $c^2 = \frac{1}{\epsilon\mu}$ met ϵ en μ de materiaalconstanten van het beschouwde medium.

(i) Bewijs dat $\mathbb{E}$ en $\mathbb{B}$, gegeven door

$$\begin{cases} \mathbb{E} = \nabla \times (\nabla \times \mathbb{A}) \\ \mathbb{B} = \frac{1}{c^2}\nabla \times \frac{\partial\mathbb{A}}{\partial t} \end{cases}$$

een oplossing zijn van de bronvrije Maxwellvergelijkingen.

We onderstellen nu dat

$$\mathbb{A} = A\cos(\alpha x)\cos(\omega t - \beta z)\,\mathbf{e}_z$$

met A, α en β constanten. Verder wordt op $x = -\frac{h}{2}$ en op $x = \frac{h}{2}$ een oneindige plaat gelegd.

(ii) Ga de voorwaarden na opdat de gegeven $\mathbb{A}$ aanleiding zou geven tot een elektromagnetische golf tussen beide platen, als er ondersteld wordt dat buiten de platen elektrisch noch magnetisch veld optreedt.

(iii) Bepaal de oppervlaktelading η_- (respectievelijk η_+) en oppervlaktestroom $\mathbb{K}_-$ (respectievelijk $\mathbb{K}_+$) van de plaat op $x = -\frac{h}{2}$ (respectievelijk $x = \frac{h}{2}$).

(iv) Bepaal de tijdsgemiddelde energiestroom $\langle \mathbb{S} \rangle_t$, waarbij $\mathbb{S}$ de Poyntingvector is en

$$\langle \mathbb{S} \rangle_t = \lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_0^T \mathbb{S}(t)dt$$