

22.VIII.05

Wiskundige Analyse I, theorie (= 2/3 van de punten)

(De bewijzen hoeven niet langer of explicieter te zijn dan in de cursus, en alles wat voorafgaat mag zonder meer gebruikt worden.)

Vraag 1.

1. Stel de formules op voor $\int_0^{\pi/2} \cos^k$. + *bewijs!*
2. Bewijs de stelling van Wallis over $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot \dots \cdot \frac{2n-1}{2n}$
3. Bewijs de stelling van Stirling over $\frac{n! e^n}{n^{n+\frac{1}{2}}}$

Vraag 2.

1. Definieer *stuksgewijze Lipschitzcontinu* over $[a, b]$.
2. (Niets bewijzen.) Geef de twee gedaanten van D_k .
3. (Niets bewijzen.) Geef de *singuliere integraal van Dirichlet*.
4. Bewijs de convergentiestelling voor de Fourierreeks van 2π -periodieke functies.

Vraag 3.

1. Formuleer en bewijs de M-test van Weierstrass voor reeksen
2. Formuleer en bewijs de M-test van Weierstrass voor rijen

Vraag 4.

1. (Niets bewijzen.) Geef de binomiaalreeks en zeg wanneer ze geldig is
2. (Niets bewijzen.) Geef de definitie van *onderlimiet van een rij*
3. (Niets bewijzen.) Geef de oplossing van $y'(x) + a(x)y(x) = R(x)$
4. (Niets bewijzen of uitleggen.) Beantwoord met JA of NEEN:
 - (a) als $a_n \rightarrow 0$, dan is $\sum a_n$ convergent
 - (b) elke integreerbare functie f is begrensd
 - (c) elke integreerbare functie f is continu
 - (d) elke afgeleide functie f' is integreerbaar

 EINDE VAN DE THEORIE

Examen oefeningen Wiskundige Analyse I
1ste Bachelor Wiskunde en 1ste Bachelor Fysica en Sterrenkunde UGent
Academiejaar 2004-2005
Tweede Zittijd

"I would rather be an optimist and a fool than a pessimist and right." *Kurt Gödel*

- I Schrijf elke vraag op een apart blad.
 - II Becommentarieer uw werkwijze.
 - III Het gebruik van een rekenmachine is niet toegelaten.
- Veel succes!

SCHRIFTELIJKE GEDEELTE

vraag 1 Bereken volgende integraal:

$$\int \tan x \frac{\ln(\ln(\cos^n x))}{\ln(\cos^n x)} dx$$

waarbij $n \in \mathbb{N}$.

vraag 2 Bepaal de convergentie (absoluut of relatief):

$$\sum_{n \geq 1} \frac{(-1)^n}{\cos(\pi n + \frac{1}{n})} \frac{1}{n^2}$$

tip: Wat weet je over het stijgen/dalen van de functie in de reeks?

Examen oefeningen Wiskundige Analyse I
1ste Bachelor Wiskunde en 1ste Bachelor Fysica en Sterrenkunde UGent
Academiejaar 2004-2005
Tweede Zittijd

"I would rather be an optimist and a fool than a pessimist and right." *Kurt Gödel*

- I Werk elke vraag in een aparte file uit
 - II Becommentarieer uw werkwijze in de file.
 - III Mail uw oplossing naar sasander@cage.ugent.be
- Veel succes!

PC-GEDEELTE

vraag 3 Los op:

$$\cos x y''(x) - \sin x y'(x) + 2 \cos x y(x) = 1$$

- vraag 4 (a) Ontwikkel e^x met $0 < x < \pi$ in een reeks die enkel sinussen bevat.
(b) Onderzoek de convergentie van de bekomen reeks.
(c) Controleer uw oplossing a.d.h.v goed gekozen waarden.

Tip: plot eerst e^x en e^{-x} , wat ziet u?