

Wiskundige Analyse I, theorie (= 2/3 van de punten) – 24.I.05
tijd tot 12.30

(De bewijzen hoeven niet langer of explicieter te zijn dan in de cursus, en alles wat voorafgaat mag zonder meer gebruikt worden.)

Vraag 1.

1. Formuleer en bewijs de *integraaltest van Cauchy*.
2. Onderzoek daarmee de convergentie van de hyperharmonische reeksen.

Vraag 2.

1. (Niets bewijzen.) Geef de *M-test van Weierstrass voor reeksen*.
2. (Niets bewijzen.) Geef de *M-test van Weierstrass voor rijen*.
3. (Niets bewijzen.) Geef de oplossing van

$$y''(x) = r(x), \quad y(x_0) = \alpha, \quad y'(x_0) = \beta.$$

4. Formuleer de stelling over het *bestaan van een oplossing voor*

$$y''(x) + a(x)y'(x) + b(x)y(x) = R(x), \quad y(x_0) = \alpha, \quad y'(x_0) = \beta.$$

5. Bewijs de schattingen voor $|\varphi_1 - \varphi_0|$ en $|\varphi'_1 - \varphi'_0|$ over $[c, d]$ (enkel dat bewijzen!); leg eerst uit hoe c en d gekozen zijn.

Vraag 3.

1. Definieer *stuksgewijze Lipschitzcontinu* over $[a, b]$.
2. (Niets bewijzen.) Formuleer de *hulpstelling van Riemann*.
3. (Niets bewijzen.) Geef de *ongelijkheid van Jordan* en de meetkundige vertolking.
4. (Niets bewijzen.) Geef de twee gedaanten van D_k .
5. Formuleer en bewijs de *singuliere integraal van Dirichlet*.

EINDE

Examen oefeningen Wiskundige Analyse I
1ste Bachelor Wiskunde en 1ste Bachelor Natuurkunde UGent
Academiejaar 2004-2005
GROEP B

"Toeval in de wiskunde heeft meestal wel een reden" *H.V.M.*

- I Schrijf elke vraag op een apart blad.
- II Becommentarieer uw werkwijze.
- III Het gebruik van een rekenmachine is niet toegelaten.
- IV U heeft een uur de tijd om deze vraag op te lossen.

Veel succes!

vraag 2 Bepaal de convergentie (betrekkelijk of absoluut):

$$\sum_{n \geq 1} (-1)^n \sin^n \left(\frac{n\pi}{4n+1} \right)$$

Examen oefeningen Wiskundige Analyse I
 1ste Bachelor Wiskunde en 1ste Bachelor Natuurkunde UGent
 Academiejaar 2004-2005
GROEP B
 PC-oefeningen

"Pay attention, for nothing is what it seems!" *Morpheus, captain of the Nebukadnezar*

Werk elke vraag in een apart bestand uit en becommentarieer uw werkwijze.

Veel succes!

vraag 1 Los op:

$$y'' - (\tanh x - 2 \operatorname{cotanh} x) y' - (2 \operatorname{cotanh}^2 x) y = \sinh x$$

met volgende beginvoorwaarden: $y(1) = 0$ en $y'(1) = 0$.

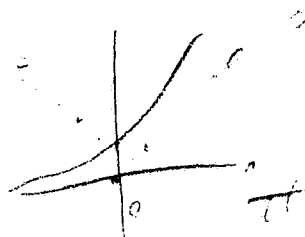
vraag 2 Los op:

- Ontwikkel e^x met $0 < x < \pi$ in een reeks die enkel cosinussen bevat.
- Onderzoek de convergentie van de bekomen reeks.
- Controleer uw oplossing a.d.h.v goed gekozen waarden.

Handwritten notes: $x \in [0, \pi]$

Handwritten notes: $x \in [0, \pi]$ $\cos(x) = \dots$

$$a_n = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi f(x) \cos(nx) dx$$



Handwritten note: $B_m = 0$

Examen oefeningen Wiskundige Analyse I
1ste Bachelor Wiskunde en 1ste Bachelor Natuurkunde UGent
Academiejaar 2004-2005
GROEP C

"Choice is an illusion, so don't bother" *Dogbert (Dilbert's dog)*

- I Schrijf elke vraag op een apart blad.
 - II Becommentarieer uw werkwijze.
 - III Het gebruik van een rekenmachine is niet toegelaten.
 - IV U heeft een uur de tijd om deze vraag op te lossen.
- Veel succes!

vraag 1 Bereken volgende integraal:

$$\int \frac{\cotan x}{\sin^3 x - 1} dx$$

Examen oefeningen Wiskundige Analyse I
 1ste Bachelor Wiskunde en 1ste Bachelor Natuurkunde UGent
 Academiejaar 2004-2005
GROEP C
 PC-oefeningen

"Een goed rekenaar heeft geen artificiële middelen nodig." *Lao Tze, uit het boek 'Tao Te Ching'*

Werk elke vraag in een apart bestand uit en becommentarieer uw werkwijze.

Veel succes!

vraag 1 Los op met de gemakkelijkste methode:

$$\left(1 - \frac{1}{2} \sin^2 2x\right)y''(x) - (\sin^4 x + \cos^4 x)y(x) = \sin^8 x - \cos^8 x$$

Tip: herinner u het commando 'convert' met als optie 'exp'.

extra:

- (a) Bepaal de oplossing voor beginwaarden $y(\pi) = 0$ en $y'(\pi) = 0$.
 (b) Wat is de oplossing van:

$$(\sin^4 x + \cos^4 x)y''(x) + \left(1 - \frac{1}{2} \sin^2 2x\right)y(x) = \sin^8 x - \cos^8 x$$

vraag 2 Los op:

- (a) Ontwikkel $\sin^2 x$ met $0 < x < \pi$ in een reeks die enkel sinussen bevat.
 (b) Ontwikkel $\cos^2 x$ met $0 < x < \pi$ in een reeks die enkel sinussen bevat.
 (c) Waar geldt de convergentie van beide reeksen?
 (d) Verifieer dat $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ voor een goedgekozen waarde.