

Examen Analyse 1: 8 feb. 2000:

groep 1:

- 1) Binomiaalreeks
- 2) **a:** Enigheidstelling van homogene tweedegraadsvgl. (geef en bewijs)
b: Speciaal geval $\sin(x+y)$

groep 2:

- 1)??
- 2)??

groep 3:

- 1) **a:** Formuleer en bewijs de integraaltest van Cauchy
b: Onderzoek daarmee de convergentie van hyperharmonische reeksen
c: Definieer daarmee de constante van Euler
- 2) **a:** Formuleer (zonder bewijs) het Kenmerk van Darboux voor integreerbaarheid
b: Bewijs: Als f integreerbaar is, dan zijn ook....., en integreerbaar, en
$$\left| \int_a^b f(x) dx \right| \leq \dots$$

groep 4:

- 1) Convergentietest van Cauchy voor rijen en reeksen, als $\sum |x_n|$ convergent, dan ook
... en ... $\leq \sum x_n$
- 2) kernfunctie van Dirichlet, gesloten vorm bepalen, singuliere integraal.

groep 5:

- 1) Stelling van Rolle, Veralgemeende Middelwaardstelling en de regel van de l'Hospital
- 2) Ongelijkheid, Hoofdstelling en Limietstelling van Abel

groep 6:

- 1) **a:** Formuleer: minimumstelling van Weierstrass voor gesloten schijf
b: Formuleer: gedrag op oneindig van complexe veeltermen
c: Formuleer en bewijs: Hoofdstelling van de Algebra
- 2) **a:** Formuleer: singuliere integraal van Dirichlet
b: Formuleer en bewijs: partieelsom van een Fourierreeks als een integraal
c: Formuleer en bewijs: convergentiestelling voor Fourierreeksen van 2π -periodieke functies

Eerste kandidatuur Wis- en Natuurkunde
Oefeningen Analyse I
4/2/2000

1. Los op over $]0, \pi/2[$:

$$y''(x) + y(x) = \frac{\sin^3 x}{\cos^4 x}.$$

2. Ga na voor welke waarden van $k \in \mathbb{N}$ ($k > 0$) de reeks

$$\sum_{n \geq 1} \frac{(n!)^k}{(kn)!}$$

convergeert.

3. a) Bereken de Fourier-reeks t.o.v. $[-\pi, \pi]$ van de functie $\sin \alpha x$ ($\alpha \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Z}$ constant).

b) Vul de waarde $x = \pi/2$ in de bekomen reeks in en leid daaruit af dat

$$\frac{1}{\cos \beta} = 4\pi \sum_{k=0}^{+\infty} \frac{(-1)^k (2k+1)}{\pi^2 (2k+1)^2 - 4\beta^2}, \quad \forall \beta \in \mathbb{R} \setminus \frac{\pi}{2}\mathbb{Z}.$$