

EXAMEN
RELATIVITEITSTHEORIE
Academiejaar 2007-2008

1 Theorie

1. Bespreek zo volledig mogelijk:

- (a) Het Proca veld
- (b) Het vrije Maxwell veld

Gegeven: de actie voor het proca veld:

$$S = \frac{1}{c} \int dx^4 \left(-\frac{1}{4} G^{\mu\nu} G_{\mu\nu} + \frac{\mu^2 c^2}{2} \phi^\mu \phi_\mu \right) \text{ met } G^{\mu\nu} = \partial^\mu \phi^\nu - \partial^\nu \phi^\mu$$

2. Gegeven de radiale bewegingsvergelijking:

$$\left(\frac{dr}{d\tau} \right)^2 + \left(1 - \frac{2m}{r} \right) \left(c^2 + \frac{\tilde{L}^2}{r^2} \right) = \frac{\tilde{E}^2}{c^2}$$

met

$$\tilde{E} = \frac{E}{\mu} \quad \tilde{L} = \frac{L}{\mu}$$

en de behoudswet

$$\frac{d\varphi}{d\tau} = \frac{\tilde{L}}{r^2}$$

Leid hieruit de periheliumprecessie van Mercurius af.

2 Oefeningen

3. We observeren (dus vanuit een onafhankelijk stelsel) volgend proces: Een deeltje I vervalt in een deeltje met rustmassa M met snelheid $v_A = c/10$ en een met rustmassa m en snelheid $v_B = c/5$, zodat hun banen een rechte hoek maken. Het tweede deeltje verandert onderweg (plots) naar een andere baan met een nieuwe snelheid $v_C = c/2$, zodat het terug botst met het eerste, resulterend in een deeltje F . De afgelegde afstanden zijn $A = 3cs$, $B = 4cs$ en $C = 5cs$ (cs =lichtseconde).

Zie tekening ommezijde

- (a) Wat zijn de 5 energieën in ons stelsel en in het stelsel meebewegend met traject A ?
- (b) Wat is de hoek tussen traject I en F in ons stelsel en in stelsel A ?

(c) Wat is het tijdsverschil gemeten door M en m langs het stuk dat ze afzonderlijk afleggen?

4. Twee waarnemers bewegen langs geodeten in een Schwarzschildmetriek. Een van beide langs een cirkelbaan op $r = R_1$, de ander langs een radiale geodeet, vanuit rust beginnen vallen op $r = R_2$ ($R_1 < R_2$). De twee ontmoeten elkaar, wat is op dat moment hun relatieve snelheid?

Hint: Bewijs voor de respectievelijke geodeten: $\frac{d\varphi}{dt} = \pm \frac{c}{R_1} \sqrt{\frac{m}{R_1}}$ en $\frac{dr}{dt} = -c(1 - \frac{2m}{r}) \sqrt{\frac{2m(\frac{1}{r} - \frac{1}{R_2})}{1 - \frac{2m}{R_2}}}$

