

/4

Vraag 1

Een belangrijke methode om N -deeltjes of hydrodynamische vergelijkingen van de $\ddot{x}_i = a_i(x_j)$ te integreren is de zogenaamde haasje-over of leapfrog integrator.

- Beschrijf het idee achter en de grondformule van de leapfrog integrator. Geef aan hoe de leapfrog integrator verschilt van meer algemene integratoren zoals de Euler integrator of de Runge-Kutta integratoren.
- Toon aan dat de leapfrog integrator exact omkeerbaar is in de tijd. Beredeneer dat deze tijdsomkeerbaarheid correspondeert met behoud van energie in het tweelichamenvraagstuk.

/4

Vraag 2

De verandering van de fazuimtedichtheid $f(x, u, t)$ van botsingsrijke materie zoals gassen of vloeistoffen wordt op een statistische manier beschreven door de Boltzmann vergelijking

$$\frac{\partial f}{\partial t} + u_k \frac{\partial f}{\partial x_k} + F_k \frac{\partial f}{\partial u_k} = \left[\frac{\partial f}{\partial t} \right]_{\text{coll}},$$

waarbij het rechterlid de verandering in de fazuimtedichtheid beschrijft ten gevolge van botsingen.

- Leid uit de Boltzmann vergelijking de continuïteitsvergelijking en de momentumvergelijking af. Je mag veronderstellen dat de botsingen in de botsingsterm elastisch zijn en geen materie creëren of vernietigen.
- Beschrijf het verschil tussen het Euleriaanse en het Lagrangiaanse formalisme voor de hydrodynamische vergelijkingen.
- Transformeer de Euleriaanse continuïteitsvergelijking en momentumvergelijking naar hun Lagrangiaanse varianten.

