Examen Formele Talen, Automaten en Complexiteit, groep C

23 juni 2008

Theorie

1. Neem
$$L = \{a^n b^{10} c^j d^k : k \leq 5, n \leq 3, j \geq 0\}.$$
We beweren dat L niet regulier is. We redeneren als volgt:
Stel dat L regulier is. Dan is L ook lineair. Zij m het pompend getal vervolgens het pompend lemma voor lineaire talen. Stel $w = a^3 b^{10} c^{3m} d^5$. Dan is $w \in L$. Stel $w = uvxyz$ met $\mid uvyz \mid \leq m$, $\mid vy \mid \geq 1$ en $vxy = c^l$ voor een $l \leq 3 \cdot m$ en stel dat $uv^i xy^i z \in L$ voor alle i. Dat kan niet en wij bereiken dus een tegenspraak met het pompend lemma voor lineaire talen.

   Bespreek de bewering en de redenering regel voor regel en haal alle foutieve redeneringen eruit.

2. Zij Σ een alfabet. Toon aan dat voor ieder taal $L \subseteq \Sigma^*$ precies één van de volgende gevallen optreedt (hierbij zij $\overline{L} := \Sigma^* \setminus L$):
   (a) L en $\overline{L}$ zijn beslisbaar.
   (b) L en $\overline{L}$ zijn niet recursief opsombaar.
   (c) L is recursief opsombaar maar niet beslisbaar en $\overline{L}$ is niet recursief opsombaar.
   (d) $\overline{L}$ is recursief opsombaar maar niet beslisbaar en L is niet recursief opsombaar.

3. Het probleem SUBSETSUM voor natuurlijke getallen is het volgend probleem:
Gegeven: Een eindige reeks $a_1, \ldots, a_k \in \mathbb{N}$ en een natuurlijke getal b.
Vraag: Bestaat er een keuze van een verzameling $I \subseteq \{1, \ldots, k\}$ met $\sum_{i \in I} a_i = b$?
Het probleem PARTITION voor natuurlijke getallen is het volgend probleem:
Gegeven: Een eindige reeks $a_1, \ldots, a_k \in \mathbb{N}$.
Vraag: Bestaat er een verzameling $J \subseteq \{1, \ldots, k\}$ met $\sum_{i \in J} a_i = \sum_{i \notin J} a_i$?

(a) Toon aan dat SUBSETSUM $\leq_p$ PARTITION.

(b) Toon aan dat PARTITION NP-volledig is, onder de aanname dat SUBSETSUM NP-volledig is en dat PARTITION $\in NP$.

(Hint voor de eerste tak: Stel $\langle a_1, \ldots, a_k, b \rangle$ is een gegeven SUBSETSUM probleem. Zij $M := \sum_{i=1}^{k} a_i$. Dan levert $\langle a_1, \ldots, a_k, M - b + 1, b + 1 \rangle$ een geschikte reductie tot het bijbehorend PARTITION probleem.)