



Wetenschappelijk Rekenen

Examen - Derde bachelor informatica

Oefeningen – 26 augustus 2008

1. Gegeven de matrix A , de eenheidsmatrix I en de kolomvectoren u en c . Hoe zou je in Matlab de vector x met

$$x = (A^{-1} + I + uu^T) c$$

op een computationeel slimme manier berekenen ?

2. Hieronder (en op Minerva onder Documenten/examen_2de_zittijd/vraag2.m) staat een aangepaste versie van het programma cp_07_06.m dat we in de oefeningenlessen hebben besproken. Het programma berekent en plot een interpolant van graad 8 van $y = \sqrt{x}$ in $[0, 64]$ op basis van de punten (i^2, i) , $i = 0, 1, \dots, 8$.

Pas dit programma aan

- (i) zodat een interpolant van dezelfde graad, maar op basis van Chebyshev punten wordt berekend,
- (ii) zodat ook de fout op deze nieuwe interpolant in het punt 0 wordt berekend.

```
function vraag2 % aanpassing van cp_07_06
```

```
t=[0:8].^2;
```

```
y=sqrt(t);  
p=polyfit(t,y,8);
```

```
ts=linspace(0,64,100)';  
yr=sqrt(ts);  
yp=polyval(p,ts);
```

```
figure;  
plot(t,y,'ko',ts,sqrt(ts),ts,yp,'k-');  
title('Interpolant van sqrt in [0,64]');  
xlabel('t');  
ylabel('y');  
axis([0,64,0,8]);  
legend('punten', 'sqrt', 'polynoom',0);
```

3. Bepaal de 5-punts Newton-Cotes formule $N_5(f)$ van het gesloten type ter benadering van

$$I(f) = \int_{a-h}^{a+h} f(t) dt.$$

Bepaal, door f te vervangen door een geschikte functie, tevens de macht m en de constante C in de uitdrukking

$$I(f) - N_5(f) = h^{m+1} C f^{(m)}(\xi)$$

waarbij $\xi \in [a - h, a + h]$.

Maak hierbij gebruik van Maple en vertrek van de instructies (gebruik het Minerva-bestand Documenten/examen_2de_zittijd/vraag3.mws).

```
with(CurveFitting):
p:=unapply(PolynomialInterpolation([
[x,f(x)],[x-h,f(x-h)],[x+h,f(x+h)],[x-h/2,f(x-h/2)],[x+h/2,f(x+h/2)]], t),t);
```

4. Beschouw het numerieke schema

$$\frac{y_j^{n+1} - y_j^n}{\Delta t} = \theta \frac{y_{j+1}^{n+1} - 2y_j^{n+1} + y_{j-1}^{n+1}}{\Delta x^2} + (1 - \theta) \frac{y_{j+1}^n - 2y_j^n + y_{j-1}^n}{\Delta x^2}$$

voor het oplossen van de warmtevergelijking $u_t = u_{xx}$ met $0 \leq \theta \leq 1$. Voor $\theta = 0$ wordt een expliciet schema bekomen, voor $0 < \theta \leq 1$ is het schema impliciet. Gebruik de methode van Fourier om de stabiliteit van dit schema te onderzoeken voor het geval $\theta = 1/2$.

Schrijf uw oplossingen neer op papier.

Plaats de files die u gemaakt hebt om vragen 2 en 3 op te lossen terug op Minerva als opl_vraag2.m en opl_vraag3.mws. Dit doet u door

- te surfen naar <http://users.ugent.be/~dhollevo/indiano/>
- in te loggen met uw Minerva-username en -password
- de files up te loaden in de corresponderende mappen