Relaties en Structuren	Examen oefeningen
Eerste Bachelor Wiskunde	Prof. Dr. Frank De Clerck
Eerste zittijd 2006-2007	Dr. An De Wispelaere

1. (a) Veronderstel dat we een $n \times n$ matrix hebben. Bepaal het aantal elementen die (strikt) boven de diagonaal liggen. Bepaal het aantal boventriangulaire matrices met $\{0, 1\}$ als alfabet en vereenvoudig dit aantal zo ver mogelijk.

   (b) Toon aan dat na een schoolbal steeds 2 mensen kunnen gevonden worden die met evenveel mensen gedanst hebben.

2. Bewijs dat $\text{ggd}(2^a - 1, 2^b - 1) = 2^{\text{ggd}(a,b)} - 1$. **Tip: linkerlid | rechterlid & omgekeerd**

3. (a) Bereken $5^{2007} \pmod{143}$.

   (b) Los volgend stelsel van congruenties op

$$\begin{cases} x^3 \equiv 5 \pmod{11} \\ x^4 \equiv 38 \pmod{43} \end{cases}$$

4. (a) Veronderstel dat G een groep is die juist één eigenlijke deelgroep bevat. Bewijs dat G noodzakelijk cyclisch is en bepaal de orde van G.

   (b) Definieer een rotatie van de tetraëder Δ als een symmetrie van Δ die een top vasthoudt en de overige 3 toppen roteert. Merk op dat elke ribbe R van Δ een unieke overstaande ribbe R^o heeft. Toon aan dat de groep $G(\Delta)$ voortgebracht door de rotaties van Δ de symmetrie genereert die R en R^o vasthoudt maar hun toppen omwisselt. Geef de elementen en hun ordes van $G(\Delta)$.

5. We werken over $\mathbb{Z}_2$.

   (a) Bewijs dat $t^4 + t + 1$ een primitief irreduciebele veelterm is over $\mathbb{Z}_2$.

   (b) Stel de Zech-log tabel van $\mathbb{F}_{16}$ op aan de hand van deze polynoom.

   (c) Los over dit veld de volgende derdegraadsvergelijking op

$$t^4x^3 + tx^2 + 1 = 0$$

Veel succes!