

## Examen Theoretische Mechanica I (september 1995)

- I. Gegeven de differentiaalvergelijking van een anharmonische oscillator:  $\ddot{x} + \alpha x + \beta x^3 = 0$ ,  $\alpha$  en  $\beta$  positief.
- (i) Geef een kwalitatief beeld van de aard van mogelijke bewegingen.
  - (ii) Bespreek de analytische oplossing van het vraagstuk indien het deeltje uit rust vertrekt met een positieve uitwijking  $x_0$ .
- II. (i) Geef voor een stelsel van  $N$  deeltjes de definitie van het totaal lineair moment  $P(t)$ , het impulsmoment  $L_O(t)$  om het referentiepunt  $O$  en de kinetische energie  $T(t)$ .
- (ii) Formuleer en bewijs een stelling omtrent de afgeleide van  $P$ ,  $L_O$  en  $T$ .
  - (iii) Definieer het massamiddelpunt  $C$  en herwerk de formules voor  $P$ ,  $L_O$  en  $T$  met behulp van de plaatsvector van  $C$ .
- III. Een deeltje met massa  $m$  wordt vanuit een punt  $A$  in een verticaal vlak weggeschoten onder een hoek  $\alpha$  met de horizontale; de absolute waarde van de beginsnelheid is  $a$ . Een tweede deeltje met dezelfde massa vertrekt in opwaartse richting met beginsnelheid  $b$  vanuit het punt  $B$ , in hetzelfde vlak op dezelfde hoogte als  $A$  gelegen, op afstand  $d$  van  $A$ . De deeltjes zijn onderworpen aan de zwaartekracht.
- (i) Bepaal het noodzakelijke verband tussen  $a$  en  $b$  opdat de deeltjes elkaar zouden ontmoeten.
  - (ii) Toon aan dat de ontmoeting plaatsgrijpt terwijl beide deeltjes stijgen, indien

$$g d \tan \alpha < b^2.$$

- IV. Een homogene staaf  $AB$  met lengte  $2\ell$  en gewicht  $W$  rust in het eindpunt  $A$  tegen een verticale wand en wordt in horizontale stand gehouden door een koord dat het punt  $B$  verbindt met een ophangpunt  $D$  van dezelfde wand op hoogte  $h$  boven  $A$ . In het uiteinde  $B$  werkt verder nog een gegeven constante neerwaartse kracht  $F$ . Veronderstel dat bij evenwicht de reactiekracht  $R$  in  $A$  een richting heeft loodrecht op  $BD$ . Toon aan dat dan geldt:

$$h = 2\ell \sqrt{1 + 2 \frac{\|F\|}{\|W\|}}.$$