

## Examen Theoretische Mechanica I (juni 1995)

- I. (i) Zij  $(e'(t)) = (e'_1(t), e'_2(t), e'_3(t))$  een willekeurige bewegende basis van Vect E. Geef de algemene constructie van de ogenblikkelijke rotatievector  $\omega(t)$  van de basis  $(e'(t))$  t.o.v. een vaste basis  $(e)$ .
- (ii) Volg nu stap voor stap deze algemene constructie om de ogenblikkelijke rotatievector te berekenen die geassocieerd is aan de overgang van cartesische naar poolcoördinaten in het vlak.
- II. Bespreek de opstelling van de bewegingsvergelijkingen voor een deeltje dat gebonden is om te bewegen langs een oppervlak met parametervoorstelling  $(q_1, q_2) \mapsto r(q_1, q_2)$ .
- III. Van een homogene afgeknotte omwentelingskegel met dichtheid  $\rho$  zijn de straal van het grond- en bovenvlak respectievelijk  $R$  en  $r$  en de hoogte  $h$ . Bepaal de positie van het massamiddelpunt.
- IV. Een deeltje met massa  $m$  kan in een vlak bewegen en is enkel onderworpen aan de krachtwerking van een veer (natuurlijke lengte  $a$ , krachtsconstante  $k$ ) die het met een vast punt  $O$  van dat vlak verbindt. Op het tijdstip  $t = 0$  is de afstand van het deeltje tot  $O$  gelijk aan  $2a$ , staat de beginsnelheid  $v_0$  loodrecht op de verbindingslijn met  $O$  (in het vlak van de beweging), en is  $\|v_0\| = 2a\omega$  (met  $\omega$  constant).
- (i) Bepaal twee eerste integralen van de beweging.
- (ii) Toon aan dat de hoeksnelheid  $\Omega$  van het deeltje gegeven wordt door  $\Omega = 4a^2\omega/r^2$ , met  $r$  de afstand tot  $O$ .
- (iii) Indien  $r_{\max} = 4a$ , bepaal dan de verhouding tussen  $\omega_0 = \sqrt{k/m}$  en  $\omega$ .