

Examen Theoretische Mechanica (augustus 2006)

- I. Behandel volgende aspecten van het vraagstuk van de enkelvoudige slinger met lengte ℓ en massa m :
- Opstellen van de bewegingsvergelijking voor de hoek θ die de afwijking uit de laagste evenwichtsstand meet.
 - Kwalitatieve bespreking van de verschillende types van beweging.
- II. (i) Beschouw een stelsel van N deeltjes, onderworpen aan uitwendige en inwendige krachten. Formuleer en bewijs de stelling omtrent de afgeleide van de kinetische energie. Leg uit onder welke voorwaarden uit die stelling een behoudswet volgt.
- (ii) Beschouw een star lichaam onderworpen aan n_1 krachten met specifieke aangrijpingspunten en n_2 krachtvelden. Definieer de resultante $\mathbf{F}(t)$, het resulterend moment $\mathbf{M}_C(t)$ en het resulterend vermogen $\mathcal{P}(t)$ op een willekeurig tijdstip tijdens de beweging en toon aan dat: $\mathcal{P}(t) = \mathbf{F}(t) \cdot \mathbf{v}_C(t) + \mathbf{M}_C(t) \cdot \boldsymbol{\omega}(t)$. Bewijs vervolgens de analoge stelling van punt (i).
- III. Een deeltje met massa m beweegt langs een cirkelvormige kromme met straal R , gelegen in een verticaal vlak. Dat vlak wentelt bovendien met constante hoeksnelheid ω_0 rond de verticale diameter van de cirkel. *kin.*
- Kies poolcoördinaten in het vlak van de cirkel (met θ gemeten vanuit de verticale naar beneden) om te komen tot een basis $(\mathbf{e}_r, \mathbf{e}_\theta, \mathbf{e}_\xi)$ die de globale beweging van het deeltje volgt en toon aan dat de ogenblikkelijke rotatievector van die bewegende basis gegeven wordt door:

$$\boldsymbol{\omega} = \omega_0(-\cos\theta \mathbf{e}_r + \sin\theta \mathbf{e}_\theta) + \dot{\theta} \mathbf{e}_\xi.$$
 - Bereken de absolute snelheid en versnelling van het deeltje t.o.v. de bewegende basis.
 - Veronderstel nu dat het deeltje onderworpen is aan de zwaartekracht en neem aan dat de reactiekracht geassocieerd aan de binding geen component heeft volgens \mathbf{e}_θ . Stel een differentiaalvergelijking op waaraan θ moet voldoen en leid er een eerste integraal uit af. *dyn.*
- IV. Een homogene cirkelvormige schijf met straal R en gewicht W wordt in een vast verticaal vlak bevestigd aan een horizontale balk, door middel van twee verticaal hangende veren die aangrijpen in diametraal tegenover gestelde randpunten van de schijf. Beide veren hebben natuurlijke lengte ℓ , maar een verschillende krachtsconstante, respectievelijk gegeven door k en $2k$. Noem θ de hoek waarover de schijf bij evenwicht gekanteld is. *statico*
- Stel de evenwichtsvoorwaarden op en toon aan dat θ bepaald wordt door $\sin\theta = W/8kR$.

