

## Examen Theoretische Mechanica I (juni 2003)

- I. Stel de formules op voor snelheid en versnelling van een deeltje in sferische coördinaten.
- II. Onderzoek de beweging van een geladen deeltje met massa  $m$  en lading  $q$  in een uniform elektromagnetisch veld (magnetisch veld  $\mathbf{B}$  volgens de  $z$ -as).
- (i) Stel de bewegingsvergelijkingen op en integreer ze. Bepaal tevens de integratieconstanten indien het deeltje in de oorsprong vertrekt met snelheid nul.
- (ii) Toon aan dat het deeltje een vlakke baan beschrijft indien het elektrisch veld loodrecht staat op het magnetisch veld en bespreek bondig de aard van die baan.
- III. Een deeltje met massa  $m$  kan bewegen langs de  $x$ -as en is onderworpen aan de kracht

$$\mathbf{F} = -2(x^2 - 1)(2x - 3)\mathbf{e}_x.$$

- (i) Bereken een corresponderende potentiële energiefunctie  $V(x)$  die voor  $x \neq 0$  de waarde  $-3$  aanneemt. Ga na welke waarde die functie aanneemt in de nulpunten van haar afgeleide.
- (ii) Schets de grafiek van  $V(x)$  en het overeenkomstig fasediagram. Bespreek tevens bondig de aard van de verschillende types van beweging die zich kunnen voordoen voor energieniveaus hoger dan  $E = -8$ .
- IV. Een homogene, rechthoekige plaat heeft massa  $M$  en afmetingen  $2a$  en  $a$ .
- (i) Bereken de componenten van de traagheidstensor om het massamiddelpunt  $C$  t.o.v. de op de figuur aangegeven hoofdtraagheidsassen.
- (ii) Indien de plaat met constante hoeksnelheid  $\omega$  om de vaste diagonaal  $AB$  wentelt, bereken  $\mathbf{L}_C$  en  $\dot{\mathbf{L}}_C$  t.o.v. de meebewegende hoofdtraagheidsassen.
- (iii) Stel dat op de plaat geen gegeven krachten werken en noem  $\mathbf{R}_A$  en  $\mathbf{R}_B$  de reactiekrachten die het vasthouden van de punten  $A$  en  $B$  moeten vertolken. Toon aan dat

$$\dot{\mathbf{L}}_C = 2\mathbf{r}_A \times \mathbf{R}_A, \quad (\text{met } \mathbf{r}_A = \mathbf{CA}).$$

BONUSVRAAG: Bereken  $\mathbf{R}_A$ , indien gegeven is dat de reacties loodrecht staan op de wentelingsas.

