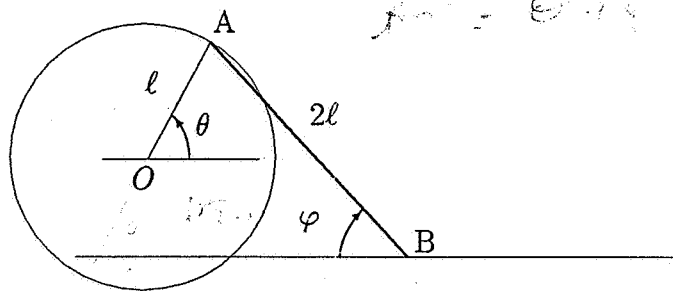


Examen Theoretische Mechanica I (juni 2001)

- I. (i) Wanneer zeggen we dat een krachtveld $\mathbf{F}(t, \mathbf{r})$ afleidbaar is van een potentiële energiefunctie? Welke is daartoe de nodige en voldoende voorwaarde voor \mathbf{F} ?
- (ii) Formuleer en bewijs een stelling omtrent afbeeldingen van \mathbb{R}^n in zichzelf die deze nodige en voldoende voorwaarde in een algemener kader plaatst.
- (iii) Pas de resultaten nu toe op het geval van een constante kracht.
- II. (i) Definieer de traagheidstensor van een star lichaam om een willekeurig punt A , vast aan dit lichaam verbonden.
- (ii) Geef en verantwoord de definitie van het traagheidsmoment I_ℓ om een rechte ℓ .
- (iii) Formuleer en bewijs de stelling van Steiner.
- III. Een staaf AB met lengte $2l$ beweegt in een vast verticaal vlak. Het uiteinde A beschrijft, in tegenwijzerzin, een cirkelvormige baan rond een punt O van het vlak, met straal l en met constante hoeksnelheid ω_0 . Het andere uiteinde B beweegt langs een horizontale rechte op afstand $h = l(\sqrt{2} - 1)$ van O . Noem de hoeken die OA en AB insluiten met de horizontale richting respectievelijk θ en ϕ . (zie figuur)
- (i) Stel het verband op tussen θ en ϕ .
- (ii) Bereken in functie van θ en ϕ (en de gegeven constanten l en ω_0) de snelheidsvectoren \mathbf{v}_A en \mathbf{v}_B van de eindpunten en de ogenblikkelijke rotatievector $\boldsymbol{\omega}$ van een referentiestelsel vast verbonden aan de staaf.
- (iii) Voor welke stand van A vertoont de staaf een ogenblikkelijke translatiebeweging? Welke is de waarde van ϕ in die stand? Geef de absolute waarde van de ogenblikkelijke translatiesnelheid.
- BONUSVRAAG: Bereken de vector $\dot{\boldsymbol{\omega}}$ op het moment van de ogenblikkelijke translatie.



- IV. Een geladen deeltje met lading q en massa m beweegt onder invloed van een constant magnetisch veld $\mathbf{B} = B_0 \mathbf{e}_z$ en een wisselend elektrisch veld $\mathbf{E} = E_0 \sin \omega t \mathbf{e}_x$. Hierbij is $\omega \neq \omega_c = qB_0/m$. Op $t = 0$ bevindt het deeltje zich in rust in de oorsprong. Stel de bewegingsvergelijkingen op en integreer ze. De gegeven constanten q, B_0, E_0, ω worden allemaal positief verondersteld.