

## Examen Theoretische Mechanica I (juni 2000)

I. Behandel volgende aspecten van het vraagstuk van de enkelvoudige slinger (lengte  $\ell$ , massa  $m$ ) :

(i) Opstellen van de bewegingsvergelijking voor de hoek  $\theta$  die de afwijking uit de laagste evenwichtsstand meet.

$\alpha$  (ii) Kwalitatieve bespreking van de verschillende types van beweging.

(iii) Bespreking van de mogelijkheid dat de slinger zijn baan verlaat.

II.  $\alpha$  (i) Schrijf de algemene bewegingsvergelijkingen neer voor een stelsel van twee deeltjes, onderworpen aan uitwendige en inwendige krachten. Transformeer deze tot een equivalent stelsel differentiaalvergelijkingen voor  $\mathbf{r}_C$  en  $\mathbf{r} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1$  (geen bijzondere hypothesen omtrent de krachten).

(ii) Stel een formule op die op elk tijdstip tijdens de beweging het verband geeft tussen  $\mathbf{r}$  en de positievectoren van de deeltjes t.o.v. hun massamiddelpunt  $C$ .

(iii) Toon aan dat voor het impulsmoment om  $C$  steeds geldt :

$$\mathbf{L}_C = \mu \mathbf{r} \times \dot{\mathbf{r}},$$

met  $\mu$  de gereduceerde massa.

(iv) Geef één concreet voorbeeld van niet constante uitwendige krachten, waarvoor de differentiaalvergelijkingen voor  $\mathbf{r}_C$  en  $\mathbf{r}$  ontkoppelen.

III. Een platendraaier draait met constante hoeksnelheid  $\omega$  in een horizontaal vlak. Op de plaat bevindt zich een deeltje met massa  $m$  (plaatsvector  $\mathbf{x}$  t.o.v. het centrum van de plaat) dat onderworpen is aan twee krachten: een terugroepende kracht  $\mathbf{F}_1 = -k\mathbf{x}$ , met  $k = m\omega^2$ , en een wrijvingskracht  $\mathbf{F}_2$  evenredig met de relatieve snelheid van het deeltje t.o.v. de plaat (dus  $\mathbf{F}_2 = -c\mathbf{v}_r$ , met  $c > 0$ ).

(i) Stel de vectoriële bewegingsvergelijking op voor de beweging, zoals die geregistreerd wordt door een waarnemer die meebeweegt met de plaat.

(ii) Integreer de differentiaalvergelijkingen indien het deeltje op  $t = 0$  in het centrum van de plaat vertrekt met relatieve beginsnelheid  $\dot{x}'_0 = 2c/m$ ,  $\dot{y}'_0 = 4\omega$ .

IV. Een homogeen blok met gewicht  $W$  rust op een ruwe vloer met wrijvingscoëfficiënt  $\mu_0$ . In een verticaal symmetrievlak van het blok werken aan weerszijden constante horizontale trekkrachten:  $F$  naar links op hoogte  $k$  en  $G$  naar rechts op hoogte  $h$ . Er is gegeven dat  $F = \|F\| > G = \|G\|$  en  $h > k$ . Het geheel is om symmetrieredenen te behandelen als een 2-dimensionaal vraagstuk. De relevante afmetingen van het blok zijn basis =  $2a$ , hoogte =  $2b$ .

$\gamma$  (i) Onderzoek het evenwicht van het blok. Vergelijk eerst de mogelijkheid van verbreking van het evenwicht door schuiven met de mogelijkheid van kantelen om de linker benedenhoek. Toon meer bepaald aan dat kantelen slechts eerst zal optreden indien  $a < \mu_0 k$ , op voorwaarde dat  $G$  voldoende klein is (bepaal de bovengrens voor  $G$ ).

(ii) Toon aan dat het evenwicht voor bepaalde trekkrachten  $F (> G)$  zal verbroken worden door kantelen om de rechter benedenhoek indien  $G$  voldoet aan de voorwaarden:

$$\frac{aW}{h-k} < G < \frac{(a + \mu_0 k)W}{h-k}.$$