

Examen Theoretische Mechanica I (september 1996)

- I. Stel de formules op voor snelheid en versnelling van een deeltje in cilindercoördinaten.
- II. Behandel volgende aspecten van het vraagstuk van de enkelvoudige slinger (lengte ℓ , massa m):
- (i) Opstellen van de bewegingsvergelijking voor de hoek θ die de afwijking uit de laagste evenwichtsstand meet.
 - (ii) Kwalitatieve bespreking van de verschillende types van beweging.
 - (iii) Bespreking van de mogelijkheid dat de slinger zijn baan verlaat.
- III. Een homogene omwentelingskegel met hoogte h en straal van het grondvlak R wordt doormidden gesneden met behulp van een vlak door de omwentelingsas. Bepaal voor zo'n halve kegel de positie van het massamiddelpunt.
- IV. Een stelsel bestaat uit de deeltjes P_1 en P_2 , beide met massa m , onderworpen aan de zwaartekracht en aan de volgende bindingen. P_1 beweegt op een gladde horizontale tafel. Een massaloze, onuittrekbare draad met lengte ℓ verbindt beide deeltjes doorheen een gat in de tafel in het punt O , zodanig dat P_2 steeds verticaal onder O hangt.
- (i) Bespreek de verschillende reactiekrachten veroorzaakt door de bindingen en argumenteer waarom het totaal vermogen van de reacties tijdens de beweging nul is.
 - (ii) Veronderstel dat P_1 op $t = 0$ geen radiale snelheid heeft, terwijl de absolute waarde van de snelheid gelijk is aan $\sqrt{ag/3}$, waarbij a de afstand van P_1 tot O is. Bereken nu de waarde van de totale energie van het stelsel en toon aan dat voor de radiale coördinaat $r(t)$ van P_1 geldt:

$$\dot{r}^2 = \frac{g}{6r^2} (a - r)(2r - a)(3r + a).$$

- (iii) Toon aan dat de afstand van P_1 tot O steeds tussen $\frac{1}{2}a$ en a zal liggen.

BONUSVRAAG: Bereken de grootte van de spanning in de draad in functie van $r(t)$.