

Examen Wiskundige Methoden in de Fysica
Eerste zittijd academiejaar 2005-2006
 30/01/2006 (groep)

- O1. Een membraan met straal a , dichtheid σ en spanning T , wordt onderworpen aan een homogeen pulserende druk $p = q \sin(\omega t + \varphi)$. De voorplantingssnelheid van akoestische trillingen in het membraan is $v = \sqrt{\frac{T}{\sigma}}$. Toon aan dat de transversale uitwijking van het membraan gegeven wordt door

$$u(\rho, t) = -\frac{q}{\sigma \omega^2} \left[1 - \frac{J_0\left(\frac{\omega \rho}{v}\right)}{J_0\left(\frac{\omega a}{v}\right)} \right] \sin(\omega t + \varphi)$$

met J_0 de cilindrische Besselfunctie van orde 0.

*begin v zelf kiezen
 → enkel \sin v / de druk
 afhankelijk
 juiste afgeleiden
 → theorie
 niet meer
 monom $\rightarrow \Delta$*

- O2. Beschouw een vectorveld $\vec{F}(\vec{r})$ en een functie $f(\vec{r})$. Toon aan dat

$$(\vec{F} \cdot \vec{\nabla})(\vec{\nabla} f) + (\vec{\nabla} f \cdot \vec{\nabla})\vec{F} + (\vec{\nabla} f) \times (\vec{\nabla} \times \vec{F}) + (\vec{\nabla} f)(\vec{\nabla} \cdot \vec{F}) + f(\vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{F})) = \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot (f\vec{F}))$$

- O3. Bereken de volgende integraal via een contourintegratie

$$\mathcal{I} = \int_0^{+\infty} \frac{\cos\left(\frac{1}{x}\right)}{(x^2 + a^2)^2} dx \quad \text{met } a > 0$$

Hint: Een geschikte substitutie kan ten gepaste tijde nuttig zijn.

- O4. Een deeltje beschrijft in het (x, y) -vlak een beweging bepaald door

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} + k^2 y = 0 \\ \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + K^2 x = \sin^2(t) \end{cases} \quad \text{met } k > 0, K > 0$$

Los deze bewegingsvergelijkingen op via een (inverse) Laplace-transformatie, als je weet dat het deeltje in rust vertrekt vanop de positie $(A, 0)$.

Controleer je gevonden oplossing!