

Examen Theoretische Mechanica (1e deel) (september 1992)

- I. (i) Geef voor een stelsel van N deeltjes de definitie van het totaal lineair moment $P(t)$ en het impulsmoment $L_0(t)$ om het referentiepunt O .
- (ii) Formuleer en bewijs een stelling omtrent de afgeleide van P en L_0 .
- (iii) Definieer het massamiddelpunt C en herwerk de formules voor P en L_0 met behulp van de plaatsvector van C .
- (iv) Geef de definities van $P(t)$, $L_0(t)$, C en $L_C(t)$ voor de beweging van een star lichaam Ω en toon aan dat dezelfde relaties gelden als in punt (iii).
- II. Gegeven de differentiaalvergelijking van een anharmonische oscillator: $\ddot{x} + \alpha x + \beta x^3 = 0$, α en β positief.
- (i) Geef een kwalitatief beeld van de aard van mogelijke bewegingen.
- (ii) Bespreek de analytische oplossing van het vraagstuk indien het deeltje uit rust vertrekt met een positieve uitwijking x_0 .
- III. Een deeltje met massa m beweegt langs een gladde cirkelvormige draad met straal ℓ , gelegen in een horizontaal vlak. Naast de zwaartekracht ondervindt het deeltje een tangentiële weerstand evenredig met het kwadraat van de snelheid (evenredigheidsfactor mk). Bepaal de hoekcoördinaat van het deeltje in functie van de tijd, bij gegeven beginsnelheid v_0 . Bereken eveneens de grootte van de reactiekracht $R(t)$.
- IV. Een projectiel met massa m wordt vanuit een punt O afgevuurd onder een hoek θ , met beginsnelheid v_0 . Naast de zwaartekracht werkt op het projectiel een constante horizontale stuwkracht met grootte mg . Bij vastgehouden grootte van de beginsnelheid v_0 worden twee afvuurrichtingen uitgetest met de bedoeling een zeker punt P te raken op dezelfde hoogte als het vertrekpunt O : voor $\theta = 45^\circ$ komt het projectiel op een afstand $2\sqrt{3}\ell$ vóór het beoogde punt P terecht; voor $\theta = 60^\circ$ op een afstand 2ℓ vóór P .
- (i) Bepaal v_0 in functie van g en ℓ .
- (ii) Toon aan dat de gewenste afvuurrichting θ_0 moet voldoen aan de relatie: $\sin 2\theta_0 - \cos 2\theta_0 = 1 + \sqrt{3}/2$.