

Examen Theoretische Mechanica I (juni 1993)

- I. Stel de formules op voor snelheid en versnelling van een deeltje in sferische coördinaten.
- II. Beschouw een deeltje met massa m , onderworpen aan de krachtwet $F = (-k/r^2) e_r$ (vraagstuk van Kepler).
- (i) Leid uit de vectoriële bewegingsvergelijking de energie-integraal, het constant zijn van het impulsmoment L en van de Laplace-Runge-Lenz vector R af.
- (ii) Definieer de constante e via de relatie $\|R\| = ke$ en bepaal de vergelijking van de baan in poolcoördinaten. Bespreek de aard van de baan in functie van de waarde van de totale energie E .
- (iii) Maak in het geval van een ellipsvormige baan gebruik van de parametervoorstelling betrokken op de hoofdassen om uit een berekening van L de vergelijking van Kepler voor de excentrische anomalie op te stellen.
- III. Een deeltje met massa m is onderworpen aan de zwaartekracht en beweegt op een glad oppervlak dat de vorm heeft van een halve bol met straal a (bolle kant naar boven). Op het tijdstip $t = 0$ bevindt het deeltje zich op een hoogte h_0 met beginsnelheid $v_0 = \frac{1}{2} \sqrt{gh_0}$. Op welke hoogte verlaat het deeltje het boloppervlak?
- Bonusvraag: Kan het deeltje onder de gegeven omstandigheden een parallelcirkel op het boloppervlak beschrijven?
- IV. Twee gladde, homogene bollen met straal ℓ en massa M worden via draden in eenzelfde punt A opgehangen. De ophangdraad van de eerste bol heeft lengte ℓ , die van de tweede bol lengte $(2\sqrt{2} - 1)\ell$. Bepaal de evenwichtsconfiguratie en de grootte van de verschillende reactiekrachten in functie van het gewicht W van de bollen.