

Examen Theoretische Mechanica I (september 1994)

- I. Beschouw een conservatief systeem met één vrijheidsgraad. Stel, uitgaande van de energie-integraal een relatie op die impliciet de beweging $x(t)$ definieert. Leg uit wat een reflectiepunt is (verantwoord de benaming). Bewijs dat bij beweging naar een reflectiepunt toe, dit punt bereikt wordt in een eindige tijd.
- II. (i) Schrijf de algemene bewegingsvergelijkingen neer voor een stelsel van twee deeltjes, onderworpen aan uitwendige en inwendige krachten. Transformeer deze tot een equivalent stelsel differentiaalvergelijkingen voor r_C en $r = r_2 - r_1$ (geen bijzondere hypothesen omtrent de krachten).
- (ii) Toon aan dat voor het impulsmoment om C en de kinetische energie van de beweging t.o.v. C steeds geldt :

$$L_C = \mu r \times \dot{r} \quad , \quad T_C = \frac{1}{2} \mu \dot{r}^2,$$

met μ de gereduceerde massa.

- (iii) Beschouw nu het bijzonder geval van Newtoniaanse aantrekking tussen beide deeltjes, zonder uitwendige krachten, en bespreek bondig hoe deze situatie leidt tot een correctie aan de derde wet van Kepler.
- III. Een homogene vierkante plaat met massa m en zijde a wordt via een koord met lengte a , dat bevestigd is in een hoekpunt B van de plaat, opgehangen in een punt O van een verticale wand en steunt met een ander hoekpunt A (in een vast verticaal vlak) tegen diezelfde, gladde wand. De plaat is onderworpen aan de zwaartekracht. Bepaal bij evenwicht de hoek ϕ tussen OB en OA , de grootte van de spanning in het koord en de reactie in A .
- IV. Een deeltje met massa m beweegt langs een gladde, horizontale cirkel met straal R . Op het deeltje werkt naast de zwaartekracht een tangentiële kracht, tegengesteld aan de bewegingsrichting en met constante norm k . Bereken de tijd die het deeltje nodig heeft om tot stilstand te komen, in functie van de absolute waarde van de beginsnelheid v_0 . Bereken eveneens de lengte van de boog die op dat tijdstip reeds doorlopen werd.