Numerieke Analyse 1999–2000. Tweede examenperiode.

OEFENINGEN

1. Gegeven is $A = I - hh^T \in \mathbb{R}^{n\times n}$, met I de eenheidsmatrix, en $h \in \mathbb{R}^n$ met $h^T h = 1$. Bepaal $\|A\|_2$.

2. Zij $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ een symmetrische en positief-definiete matrix, met Cholesky-decompositie $A = GG^T$. In de theorie werd een *praktische methode* (einde van §2.2.1) besproken om de elementen van G te berekenen.

   (a) Onderstel dat voor het stelsel $Ax = b$ ($b \in \mathbb{R}^n$) A en b gegeven zijn. Schrijf een **Algoritme** in pseudocode dat de elementen G_{ij} ($i \geq j$) van G berekent en in de corresponderende geheugenplaatsen voor $A(i,j)$ stopt, en vervolgens de oplossing van het stelsel bepaalt (door b te overschrijven met de oplossing).

   (b) Bepaal het aantal elementaire rekenkundige bewerkingen van dit algoritme (reken hierbij de vierkantswortel nemen als één bewerking).

3. Beschouw de volgende kwadratuurformule :

$$\int_0^1 f(x)dx \approx I(f) = Af(\alpha) + Bf'(\frac{1}{3}).$$

   a) Bepaal de oplossing(en) voor A, B en α zodat de GVAN zo hoog mogelijk wordt. Wat is de GVAN?

   b) Bereken de Peano kern $K(t)$ voor de aldus bekomen kwadratuurformule(s).

   c) Indien $K(t)$ een vast teken heeft in $[0,1]$, stel dan een expliciete uitdrukking op voor de procesfout van de kwadratuurformule(s).