

Examen Theoretische Mechanica I (juni 1996)

- I. Bespreek de afwijking bij de valbeweging onder invloed van de Corioliskracht:
- (i) Stel de gepaste vectoriële bewegingsvergelijking op voor een waarnemer vast aan de aarde verbonden.
 - (ii) Bereken de oplossing tot op eerste orde in ω indien voor deze waarnemer het deeltje uit rust vertrekt vanuit de positie $(0, 0, h)$.
- II. (i) Geef de definitie van het massamiddelpunt C van een star lichaam Ω .
- (ii) Geef de definitie van een symmetrie van Ω .
- (iii) Formuleer en bewijs een stelling omtrent de invloed van een symmetrie op de ligging van C .
- (iv) Stel een algemene formule op voor de berekening van de positie van C in het geval van homogene omwentelingsoppervlakken en omwentelingsvolumes.
- III. Een deeltje met massa m beweegt langs een rechte, tussen de punten A en B die op een afstand $2a$ van elkaar liggen. Op het deeltje werken aantrekkende krachten met centra A en B , waarvan de grootte omgekeerd evenredig is met het kwadraat van de afstand tot de respectievelijke centra (evenredigheidsfactor: $2ma$).
- (i) Veronderstel dat het deeltje vertrekt vanuit het punt C waarvoor $|AC| = 2|CB|$, in de richting van het punt A . Bepaal de beginsnelheid opdat het deeltje tot rust zou komen in het midden O van AB . Welke tijd heeft het nodig om in O te geraken?
- (ii) Veronderstel dat het deeltje in O vertrekt, in de richting van B , met een beginsnelheid u die maakt dat de totale energie nul is. Op welke afstand van O zal het deeltje een snelheid hebben gelijk aan $2u$? Bereken de tijd die nodig is om dit punt te bereiken.
- IV. Een deeltje met massa m en negatieve lading q ondergaat de invloed van een constant elektromagnetisch veld, waarbij $\mathbf{B} = B \mathbf{e}_z$, $\mathbf{E} = B(\omega_c \mathbf{e}_x + \mathbf{e}_z)$ ($B > 0$, z -as verticaal omhoog gericht). Op $t = 0$ vertrekt het deeltje in de oorsprong met beginsnelheid $\mathbf{v}_0 = \dot{x}_0 \mathbf{e}_x + (\pi/2)\mathbf{e}_z$.
- (i) Ga na voor welke waarde van \dot{x}_0 de projectie van de baan van het deeltje op het (x, y) -vlak een cycloïde met keerpunten is.
- (ii) Bepaal vervolgens de snelheid \mathbf{v}_1 van het leidend centrum op het tijdstip t_1 dat de baan van het leidend centrum opnieuw het (x, y) -vlak snijdt.