1ste kandidatuur Informatica – groep 4

Examen Diskrete Wiskunde – Theorie

Academiejaar 1995-96 – 2de examenperiode

1. Geef de definitie van een multinomiaalgetal. Bewijs de formule van een multinomiaalgetal in termen van permutaties. Bewijs de multinomiaalstelling.

2. Geef de definitie van de Euler funktie Φ en bewijs de formule voor $\Phi(n)$. Bewijs dat
$$\sum_{d|n} \Phi(d) = n.$$

3. Wanneer is -1 een kwadraat in $\mathbf{F}_q$ (+bewijs).

4. Geef de definitie van een Hamiltoniaanse graaf. Bewijs de stelling van Dirac opdat een graaf Hamiltoniaans zou zijn.

Oefeningen Discrete Wiskunde

2de zittijd - Academiejaar 1995-96

1. Hoeveel woorden (met of zonder betekenis) van 26 letters kan men vormen zodanig dat elke letter uit het alfabet (van a tot en met z) een onbeperkt aantal keren mag voorkomen en zodanig dat de letters in het woord van links naar rechts alfabetisch zijn gerangschikt.

2. Veronderstel dat $\mathcal{U}$ een verzameling is waarvan de elementen deelverzamelingen zijn met dezelfde kardinaliteit d van een verzameling X, $|X| = n$. De elementen van $\mathcal{U}$ zijn zodanig gekozen dat elke deelverzameling van kardinaliteit t (waarbij t een vaste waarde is met $d \leq t \leq n$) precies 1 element van $\mathcal{U}$ bevat. Veronderstel nu dat S een deelverzameling is van X met $|S| = i$, $t \leq i \leq n$, bereken dan het aantal elementen van $\mathcal{U}$ die bevat zijn in S.

3. Bewijs dat $\text{ggd}(2^a - 1, 2^b - 1) = 2^{\text{ggd}(a,b)} - 1$.

4. Bereken $s_n = 1 \cdot 2 + 3 \cdot 4 + 5 \cdot 6 + \cdots + (2n-1) \cdot (2n)$. (Hulp: Stel de recurrente betrekking op voor s_n en los deze op.)

5. Het eindig veld $\mathbb{F}_{16}$ wordt bepaald aan de hand van het irreducibel polynoom over $\mathbb{F}_2$ $f(t) = t^4 + t + 1$.

   (a) Bewijs dat de volgende vergelijking in X, 3 oplossingen bezit in $\mathbb{F}_{16}$

   $$t^{14}X^3 + t^4X^2 + t^{10}X + t^5 = 0.$$

   (b) Ontbind $t^{14}X^3 + t^4X^2 + t^{10}X + t^5$ in factoren.